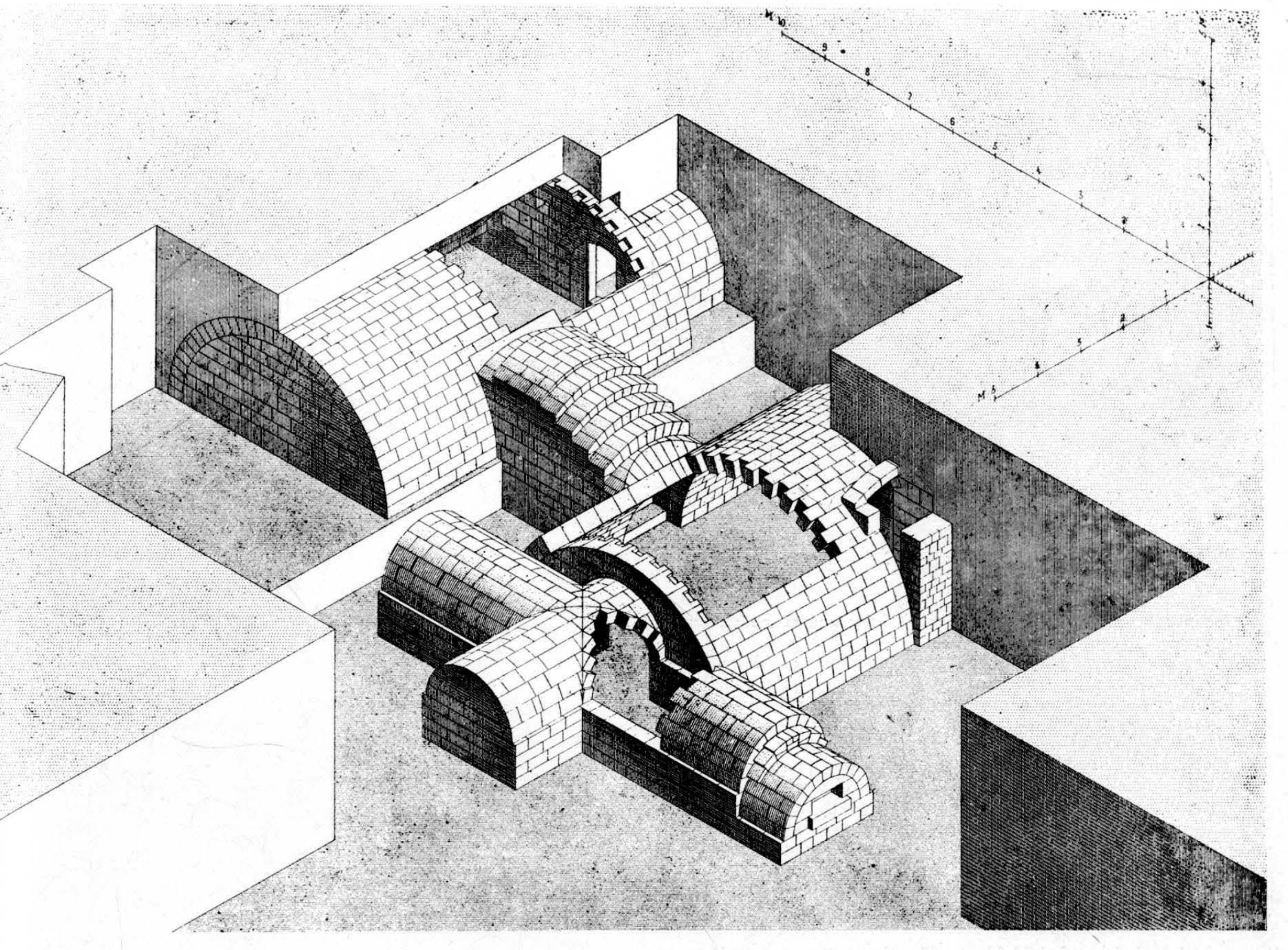


BOVEDAS TABICADAS DE SIMPLE Y DOBLE CURVATURA

Antonio FERNANDEZ ALBA, Arquitecto

1.—DATOS HISTORICOS SOBRE LA BOVEDA TABICADA.

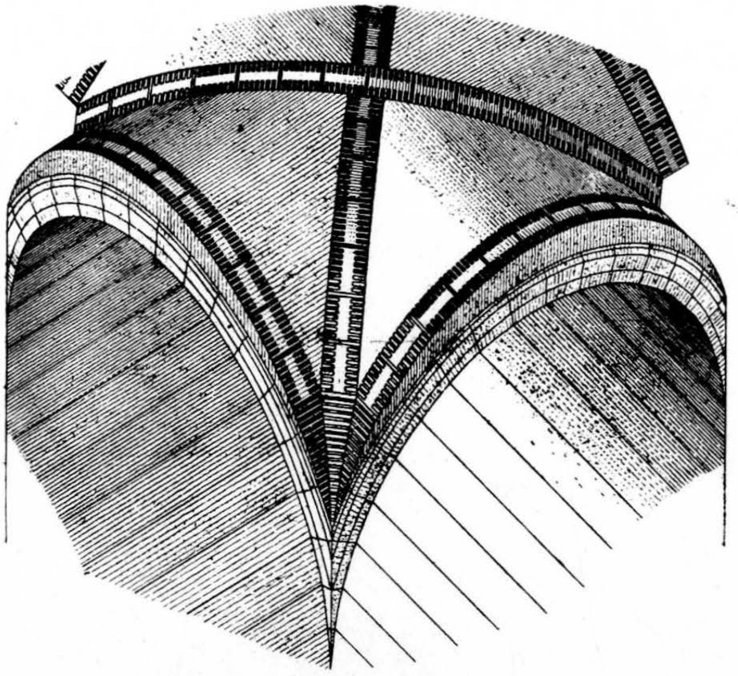
Se trata de una técnica constructiva conocida en todo el Mediterráneo; algunos de los historiadores interesados en esta materia se inclinan a creer su procedencia oriental, inspirada en los trabajos cerámicos de los persas. En España, que tuvo un gran desarrollo en los diferentes ciclos arquitectónicos. Parece ser que fué una técnica introducida por los romanos.

Según el profesor Basegoda, arquitecto a quien se le debe la recopilación más capiosa en esta materia, «la bóveda tabicada es aquella constituída por ladrillos puestos de tabla, unos a continuación de otros en toda su vuelta, de manera que resulta toda ella como un tabique doblado».

Desde el momento en que los constructores romanos para reforzar la cimbra permanente de ladrillo en sus grandes bóvedas doblan estas cimbras, queda definida una estructura análoga a la bóveda tabicada. Las termas de Caracalla responden en toda su concepción constructiva según el principio de la bóveda tabicada. «Baldosones o grandes ladrillos cuadrados, pentadoron, de 60 cms. de lado, se tomaban con mortero sobre plena cimbra de alfargias, espaciadas a los 60 cms., encima se tendían contrapeando juntas a tortada y restregón, otra hoja de ladrillos cuadrados, de lado un tercio menor, laterculus, dejando alguno de ellos para tizonar con el ulterior trasdos de calcina, y una vez endurecido el aglomerante, la doble hoja formaba el molde para aquella genuina bóveda de cal y cascajo» (1).

Las cimbras utilizadas eran escuadrías de reducidas dimensiones, aligerando los camones sustentantes. Posteriormente se sustituye la madera por unos elementos cerámicos logrando

(1) Sobre el trabajo de bóvedas termales, se encuentra la recopilación más importante en «El arte de construir los romanos», Choisy.



una mayor rapidez en la construcción y una economía en los medios auxiliares.

Este sistema constructivo con ulteriores modificaciones se extiende por las distintas regiones dominadas por Roma; las técnicas bizantinas, a través del arte constructivo musulmán, saturan el levante peninsular, por una parte; por otra, las nuevas corrientes de las normas estructurales renacentistas sitúan—según opinión de Goday—a nuestro país, en inmejorables condiciones para que fructifiquen en él ambas técnicas constructivas.

En Cataluña, este sistema constructivo cobra un valor especial, y su desarrollo alcanza hasta nuestros días; los procedimientos de ejecución varían según las localidades. En las bóvedas de simple curvatura—bóvedas de cañón seguido—el trabado se suele hacer con una traba de hiladas de un testero a otro, aunque también se suelen tabicar las hiladas utilizando una cercha única, que se desliza despiezando la bóveda según juntas continuas que coinciden con las generatrices y directrices del cilindro, doblando posteriormente a juntas encontradas y macizando los riñones hasta el primer tercio, para completar después con los tabiques de estribo.

Para la construcción de bóvedas de doble curvatura se prescinde de la «cimbra» utilizando el «cimbrel», bien dispuestos, según las diagonales, como en el caso de las bóvedas vaídas, o dispuesto de forma que permita cerrarse por zonas, como en la bóveda esférica; la mano de obra un poco especializada prescinde de cerchas y cimbras, utilizando únicamente el sentido constructivo para su ejecución.

Los aglomerantes utilizados son el yeso para las primeras, hoja y mortero de cemento para la segunda; hoy día en algunas regiones se utiliza el cemento rápido para la primera hoja, que representa algunas ventajas de eficiencia mecánica, escasa alteración con los cambios de temperatura, reducida dilatación en el fraguado, aunque de menor eficacia en la ejecución.

2.—PROPIEDADES MECANICAS.

Son escasos los datos que puedan facilitar un material de trabajo que haga posible un estudio sistemático de los esfuerzos en estas superficies tabicadas. El dicho popular de que la bóveda nunca duerme, pone de manifiesto el empuje de este tipo de construcciones; para algunos autores, su justificación se encuentra en la hipótesis del aumento de volumen del aglomerante—yeso—, que al cristalizar por saturación del bihidrato que produce el amasado aumenta de volumen; de ahí la costumbre de dejar una junta de dilatación detrás de la primera hilada de ladrillos.

Algunos trabajos realizados en bóvedas tabicadas de escalera destruyen la hipótesis anterior, llegando incluso a corroborar la idea de que el aglomerante—yeso o cemento rápido—actúe como factor de tracción importante en el comportamiento estático de dichas superficies. Al arquitecto español Guastavino se le deben los importantes y únicos trabajos de ensayo sobre los coeficientes de trabajo y cargas de rotura realizados con bóvedas tabicadas (2).

Es curioso señalar cómo el comportamiento mecánico de estas bóvedas ofrece, mediante el cálculo siempre aproximado, datos que suponen teóricamente el hundimiento de la bóveda. Aplicando la teoría de «la curva de Presiones» a estas superficies tabicadas, observamos que en el momento que la potencial de las cargas sale del núcleo central de alguna sección del cañón, se manifiestan esfuerzos de tracción que prácticamente sería imposible de absorber con los materiales que constituyen la bóveda, el antifunicular de pequeñas cargas en una bóveda tabicada se proyecta fuera de la sección de la bóveda, lo que significaría el hundimiento total de la misma. En la práctica, se observa que la bóveda es prácticamente indeformable si sus elementos de estribo no ceden; este aumento de resistencia se supone sea debido a los doblados de rasilla y mortero de cemento que se realizan posteriormente, como fácilmente puede comprobarse en la tabla que Barberot propone para bóvedas de cañón seguido, de directriz circular o elíptica.

Luz de la bóveda en m.	Espesor en la clave		
	E_0	E_1	E_2
2	0,40	0,20	0,10
4	0,48	0,24	0,12
6	0,56	0,28	0,14
8	0,64	0,32	0,16
10	0,72	0,36	0,18

Los espesores E para bóvedas fuertemente cargadas, E_1 medianamente cargadas, E_2 para bóvedas no cargadas.

Alguno de los análisis por método gráfico, como el que propone el profesor Bayo, nos permite fijar esfuerzos en cualquier tipo de secciones y arbitrariedad de cargas. Para su desarrollo utiliza la teoría del arco, elástico articulado en los apoyos, ampliada al considerar el arco empotrado en sus arranques como estructura triplemente hiperestática, intentando eliminar los esfuerzos de tracción, difíciles de absorber por los materiales que constituyen la bóveda.

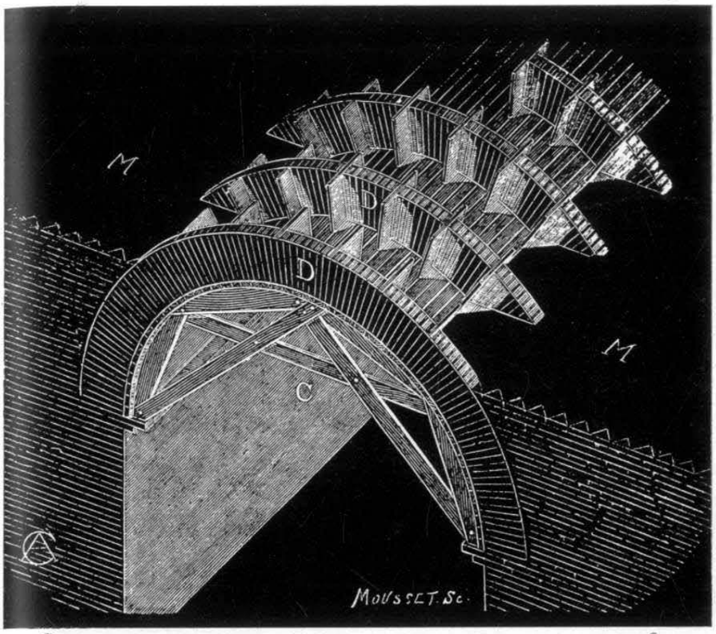
Es difícil, no obstante, poder fijar un módulo de elasticidad constante en materiales que por su constitución son heterogéneos y variables según su fabricación y puesta en obra; por otra parte, en la bóveda de cañón seguido no ofrece un estado plano de tensiones; la fragmentación en fajas para el caso de carga uniforme no existe en la realidad, pues influyen factores como la adherencia, rozamientos, esfuerzos secundarios que influyen en la menor perturbación iniciada en la estructura. Deformaciones que se tratan de justificar como deformaciones de acomodación, por su tendencia a unificar fatigas. Fenómenos análogos se pueden precisar en superficies tabicadas de doble curvatura

Los trabajos sobre este tema del profesor Basegoda, las aportaciones de Bosch Reig y Casaprima, ofrecen una serie de resultados interesantes siguiendo el proceso de aplicación de la «teoría de la membrana» (3).

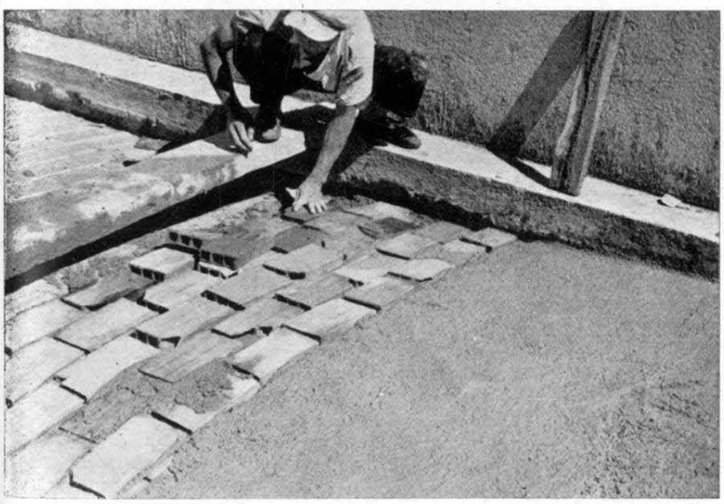
Vamos a hacer un estudio de algunos sistemas simples cuyos elementos están unidos entre sí por relaciones con posible expresión matemática, para lo cual introduciremos en el plantea-

(2) Trabajos del arquitecto Basegoda de los que han sido tomados la mayor parte de los datos de comportamiento mecánico de las bóvedas que figuran en el presente trabajo de recopilación, realizado por los alumnos F. Pintado, Verdu, Mangada y Magioni, Cátedra de Construcción 5.°, de la Escuela de Arquitectura de Madrid.

(3) Bibliografía sobre cálculo de bóvedas tabicadas en «Bóvedas tabicadas», B. Basegoda; «La bóveda vaída catalana», Ignacio Bosch; «Cálculo de cubiertas y su construcción», E. Casaprima; «Bóvedas tabicadas», Luis Moya.



Tipo simple de apoyo de una bóveda tabicada según la técnica constructiva romana. Las cimbras provisionales C" soportan un nervio ligero de ladrillo, que apoya directamente sobre la cimbra; el cascote de relleno M" formará posteriormente el elemento de plemeteria de la bóveda tabicada



Doblado de una bóveda tabicada

miento del problema mecánico determinadas hipótesis simplificadoras que nos permitirán el cálculo con margen suficiente de seguridad.

Una transmisión de presiones según meridianos y paralelos justificaría el despiezar la bóveda en trozos iguales si la rigidez del conjunto no alterara radicalmente el diagrama estático.

Al ceder un dintel sobre el que carga un muro de fábrica, aparece una grieta parabólica que constituye automáticamente un arco de descarga del dintel, cuyo cálculo se efectúa como si sobre él cargase solamente el segmento de parábola que sobre el mismo descansa. De la misma manera, una bóveda de cañón, al empujar un lienzo de muro entre contrafuertes, desploma dicho entrepaño y se agrieta la propia bóveda, según la curva alaveada correspondiente a la penetración del que podríamos llamar luneto espontáneo.

Es evidente que la transmisión de esfuerzos no tiene lugar exclusivamente según secciones rectas, sino también según las generatrices hacia los testeros y sus contrafuertes. En lugar de un estado plano se produce un estado espacial de tensiones con indeterminación estática de orden infinito.

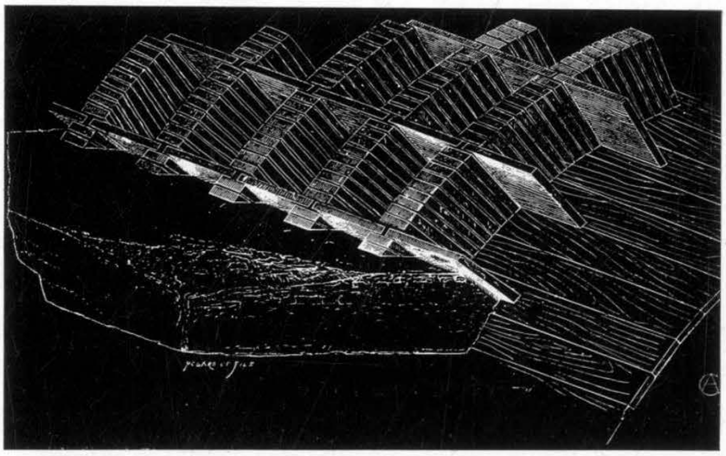
La transmisión de tensiones en una bóveda tabicada no responde al diagrama estático de una estructura, adovelada o concreta, de gran espesor, con reparto de fatigas, según el principio de Saint-Venant, sino más bien al de una placa curva o membrana rígida, en cuyo espesor apenas varían las solicitaciones.

La infinita indeterminación del problema estático se resolvió al principio en la superficie de revolución. En el caso de cargas simétricas respecto al eje de rotación, se admite que las tensiones se distribuyen uniformemente en todo el grueso de la bóveda laminar, de manera que no se producen flexiones normales a la meridian o superficie bisectriz del espesor, y en este caso todas las cargas son fuerzas másicas, el intrados y el trasdos son libres, y el problema es isostático si no hay ligaduras de apoyo ni variaciones de curvatura o discontinuidades de carga según los meridianos. Es evidente que la variación de tensiones da lugar a pequeños momentos flectores, que en la mayoría de los casos, según demostró Reissner, pueden considerarse despreciables.

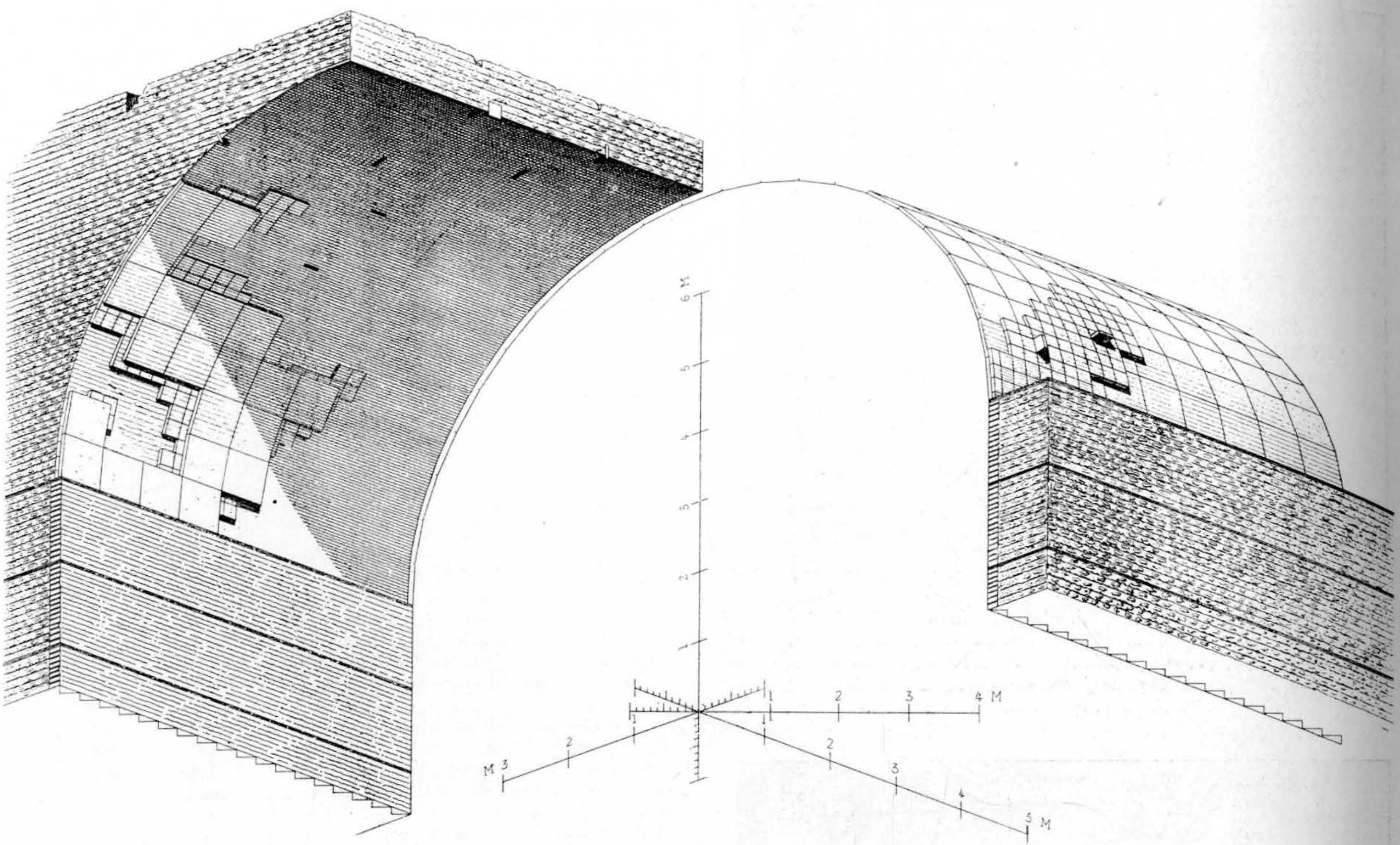
El estudio matemático riguroso de la rotura por sobrecarga asimétrica o dinámica, o por defecto de ejecución, se funda en el principio de Kirchhof o de conservación de las normales. El método más general es el de Love, referida la mediana a sus líneas de curvatura antes de la deformación y tomando en la superficie deformada líneas homólogas, por corresponder a iguales valores de los parámetros de esta superficie transformada, se deducen las extensiones y curvaturas principales producidos los recorridos de un punto al deformarse la superficie bajo las cargas. Así obtenemos un sistema de tres ecuaciones diferenciales. Meissner consiguió reducir el sistema a dos ecuaciones de segundo orden, de forma simétrica, y Southwell simplifica el problema desarrollando los recorridos en serie de potencias con coeficientes en función de los parámetros, siempre que se admita que en el intrados y trasdos no se producen tensiones. Con todo esto, la solución es muy complicada para su aplicación a la práctica.

Vamos a señalar algunos resultados interesantes siguiendo el proceso de la teoría de la membrana.

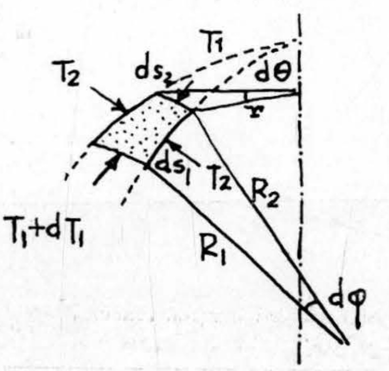
Cúpula de revolución.—El caso de la cúpula de revolución bajo cargas simétricas se resuelve sencillamente, porque en cada punto de la membrana no actúan más que dos tensiones normales, la T_1 y la T_2, según el meridiano y el paralelo, respectivamente.

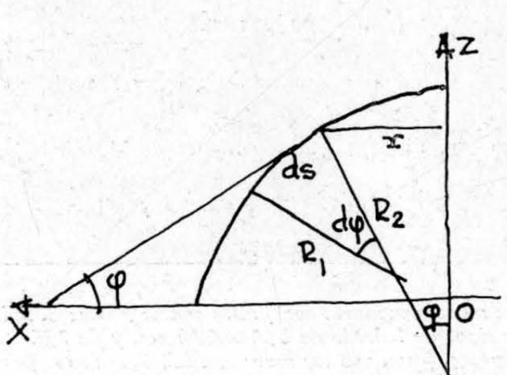


Bóvedas sobre armaduras con juntas convergentes; bóvedas compuestas por dos tipos de ladrillo de 0,60 × 0,60 cm. y de 0,15 × 0,60 cm., respectivamente, formando los arcos con ladrillos rectangulares ensamblados estos arcos por medio de ladrillos cuadrados, obteniendo unas cimbras provisionales para completar la bóveda con el cascote de plemeteria



Esquema oxonométrico—según Choisy—de una zona abovedada de las Termas de Caracalla.





Si designamos por $Q\varphi$ la resultante de las fuerzas verticales que gravitan sobre el luquete cortado a lo largo del paralelo de colatitud φ, el equilibrio exige

$$Q\varphi = 2\pi r T_1 \operatorname{sen}\varphi \quad \text{de donde} \quad T_1 = \frac{Q\varphi}{2\pi r \operatorname{sen}\varphi} =$$

$$= \frac{Q\varphi}{2\pi R_2 \operatorname{sen}^2\varphi}$$

La otra tensión resulta en seguida de la ecuación de continuidad obtenida al equilibrar, en el elemento infinitesimal limitado por meridianos y paralelos, el esfuerzo Z normal al mismo con las componentes de T_1 y T_2, que llevan igual dirección:

$$T_1\, ds_2\, d\varphi + T_2\, ds_1 \operatorname{sen}\varphi\, d\theta = Z\, ds_1\, ds_2$$

pero por ser $d s_1 = R_1\, d\varphi$ y $d s_2 = r\, d\theta = R_2 \operatorname{sen}\varphi\, d\theta$ obtenemos:

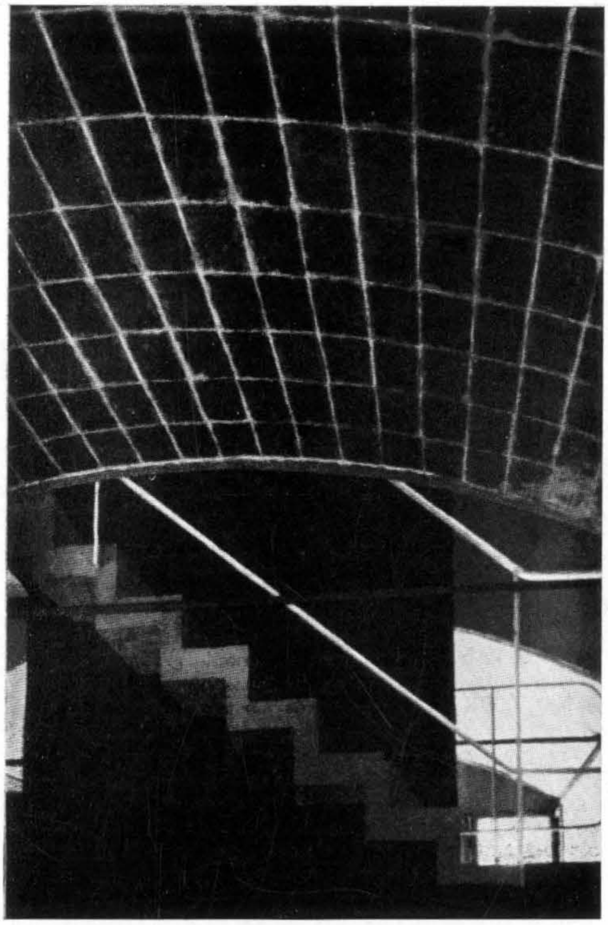
$$T_1 R_2 + T_2 R_1 = Z R_1 R_2 \quad \text{de donde} \quad T_2 = R_2\left(Z - \frac{T_1}{R_1}\right)$$

Un cálculo gráfico muy cómodo se lleva a efecto cortando en rebanadas la cáscara; la superficie de cada una de ellas se determina por la regla de Guldín: $d F = d s \cdot 2\pi \cdot \frac{r_1 + r_2}{2}$

la carga vertical que la afecta es $d Q = d F (g + p)$ luego

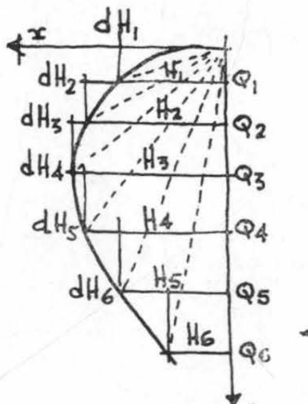
$$Q_1 = d Q_1 \cdot \quad Q_2 = Q_1 + d Q_2 \quad Q_3 = Q_2 + d Q_3 \cdots \cdots$$

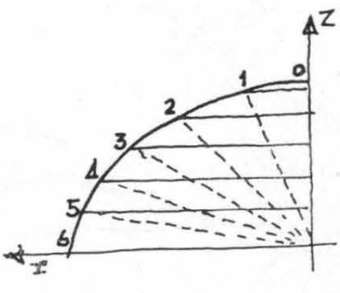
basta entonces trazar desde el origen paralelas a las tangentes a la curva meridiana en cada faja, que, en los triángulos de



Bóveda tabicada según la técnica romana en una construcción de Le Corbusier en la India

equilibrio dan las componentes horizontales, cuyas diferencias consecutivas son las resultantes de empuje en los paralelos, y





se ve fácilmente que los esfuerzos de compresión en lo alto van disminuyendo con la latitud del paralelo hasta anularse y convertirse en tracciones en la zona inferior. Si no se absorben dichas extensiones con adecuados zunchos, la cúpula se rajará en su base.

Cúpula hemisférica.—El caso más frecuente, por lo fácil de la ejecución, es el de la cúpula hemisférica, o media naranja, de espesor constante. Entonces $R_1 = R_2 = R$ y el peso propio g es invariable; luego $T_1 = \frac{2\pi R^2 g(1-\cos\varphi)}{2\pi R \operatorname{sen}^2\varphi} = \frac{g R}{1+\cos\varphi}$

$$T_2 = g R \cos\varphi - T_1 = \frac{\cos^2\varphi + \cos\varphi - 1}{1+\cos\varphi}\, g R$$

En el polo $\varphi = 0$ resulta $T_1 = T_2 = g\,R/_2$; en el ecuador $\varphi = \frac{\pi}{2}$ $T_1 = -T_2 = -\,gR$. La junta de fractura corresponde a $T_2 = 0$, es decir, $\cos^2\varphi + \cos\varphi - 1 = 0$ $\varphi = 51^\circ\,49'$.

El empuje alcanza su máximo, que es el 30 por 100 del peso total del hemisferio.

Si en lugar del peso propio consideramos la carga accidental de nieve uniformemente repartida en planta $p = p_0 \cos\varphi$:

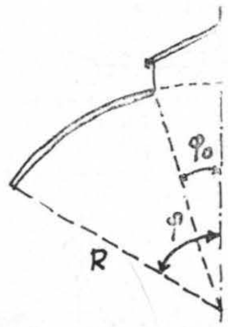
$$T_1 = \frac{\pi R^2 p \operatorname{sen}^2\varphi}{2\pi R \operatorname{sen}^2\varphi} = p\,\frac{R}{2}$$

o sea que el esfuerzo meridiano es constante en toda la cúpula, y

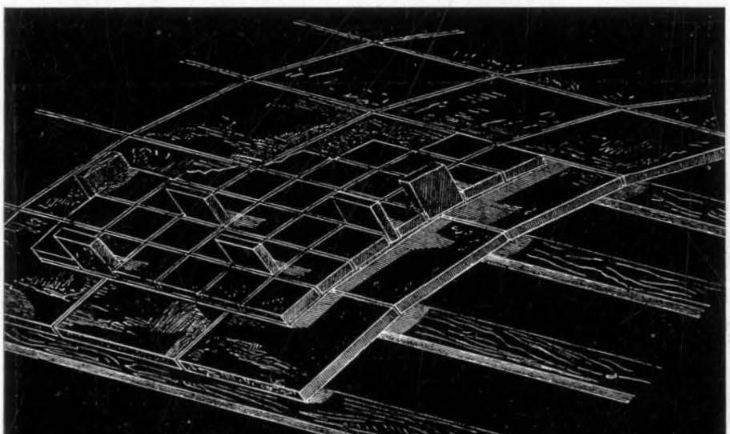
$$T_2 = p\,\frac{R}{2}\,(2\cos^2\varphi - 1)$$

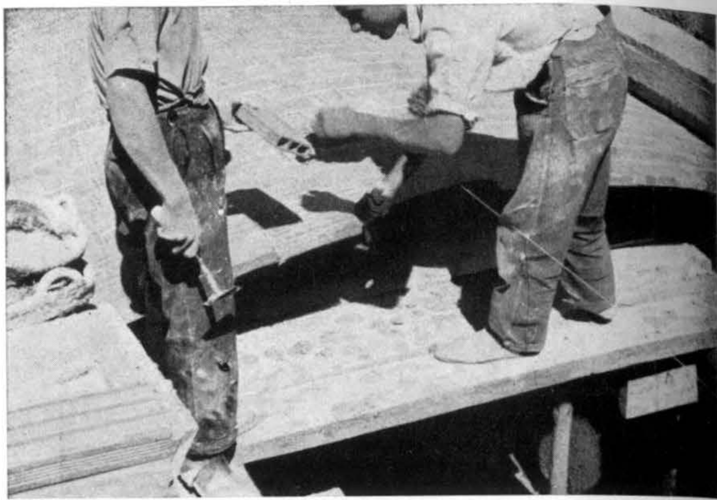
En el polo $\varphi = 0$ resulta $T_1 = T_2 = p\,\frac{R}{-}$; en el ecuador $\varphi = \frac{\pi}{2}$ $T_1 = -T_2 = -p\,R.\frac{1}{2}$. La junta de fractura corresponde a $T_2 = 0$ o bien $2\cos^2\varphi - 1 = 0$ $\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\varphi = 45^\circ$

El empuje máximo es el 50 por 100 de la carga total, hecho



Bóvedas tabicadas en las Termas de Caracalla; se introduce una economía en las cimbras; el revestimiento en madera se reduce; la primer hilada se organiza con ladrillo de 6,60 × 0,60 × 0,4 cm., con gran rapidez de ejecución; la segunda hilada, con ladrillos de 0,20 cm., sobre esta superficie se disponen algunos ladrillos de canto para favorecer el hormigonado en la capa de compresión





Cerramiento de bóvedas tabicadas a la «catalana», sin cimbrel ni cimbra

que tiene fácil explicación, porque el peso de la nieve se concentra hacia el polo.

CÚPULA CON LINTERNA.—La cúpula esférica cerrada halla escasa aplicación; lo corriente es que tenga ojo cubierto con linterna de peso L.

Para comparar con la media naranja ciega, en lugar de dicho peso se considera la diferencia entre el mismo y el del luquete que falta $P = L - 2\pi g R^2 (1 - \cos \varphi_0)$.

Las tensiones importan

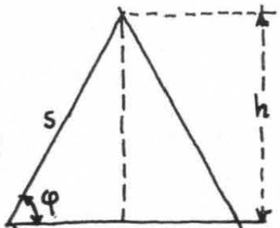
$$T_1 = \frac{g R}{1 + \cos \varphi} + \frac{P}{2\pi R \operatorname{sen}^2 \varphi} \qquad T_2 = g R \cos \varphi - T_1$$

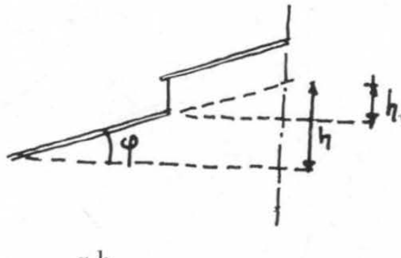
Si la linterna pesa tanto como el casquete suprimido, las tensiones son idénticas a las del hemisferio completo. Al aumentar la diferencia de pesos va subiendo el paralelo de fractura y viceversa; si el aumento llega a hacer coincidir dicho paralelo con el ojo, aparecen intensas flexiones normales a la cúpula, motivadas por el salto brusco de fuerte compresión en el anillo de base de la linterna a la tracción de la zona inmediata.

En las cúpulas que carecen de tangente vertical en la cuerda, como queda dicho, se hace indispensable el zuncho, el cual provoca flexiones normales, singularmente si es de hierro laminado, a causa del brusco cambio de signo de las tensiones anulares. Dicha discontinuidad puede evitarse mediante una curva meridiana de acuerdo, que tenga identidad de curvatura en el paralelo de unión y que vaya variando gradualmente hacia el zuncho, de suerte que en él se inscriban las tracciones.

También con un perfil de acuerdo y suave variación de gruesos se eliminan las flexiones derivadas de las discrepancias térmicas. Los perfiles más favorables son la elipse y la cicloide. Las tensiones del perfil elíptico pueden referirse, por afinidad, al circular de igual luz, mediante oportuna compensación de masas. Las tensiones anulares se deducen de las del hemisferio multiplicando por la razón de semiejes las meridianas, por la del cuadrado del diámetro conjugado al rectángulo de los semiejes.

CÚPULA CÓNICA.—En la bóveda cónica es $R_1 = \infty$ $R_2 = s \operatorname{cotg} \varphi$ luego bajo peso propio





$$T_1 = \frac{g h}{2 \operatorname{sen}^2 \varphi} \qquad T_2 = g h \operatorname{cotg}^2 \varphi$$

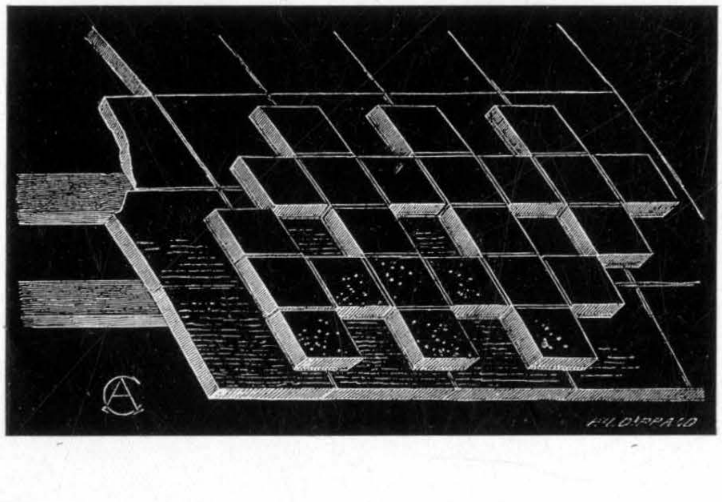
y con carga de nieve uniforme sobre el plano horizontal

$$T_1 = \frac{p h}{2} \frac{\cos \varphi}{\operatorname{sen}^2 \varphi} \qquad T_2 = p h \frac{\cos^4 \varphi}{\operatorname{sen}^2 \varphi}$$

Cuando el cono tenga linterna de peso L

$$T_1 = \frac{g (h - h_0)}{2 \operatorname{sen}^2 \varphi} + \frac{L}{2\pi h \cos \varphi} \qquad T_2 = g h \operatorname{cotg}^2 \varphi$$

Los constructores romanos conciben los denominados «arcos fajones», en un intento de economía de medios constructivos. En lugar de recubrir toda la bóveda reducen a tapajuntas la función de la segunda bóveda, intención que en el pensamiento de los arquitectos romanos no pasó inadvertida



La acción del viento normalmente a la bóveda tabicada solicita a ésta a flexión, que precisaría evitar mediante la movilidad de los apoyos en dirección radial, de suerte que la presión de viento se transmitiese tangencialmente a la sustentación de la cúpula.

La determinación analítica de las tensiones es complicada, pero el problema se hace isitático al introducir la hipótesis de que la presión del viento contra la cúpula sea igual a la aspiración del remolino a sotavento; se tiene entonces carga antisimétrica.

Reissner desarrolló el estudio a base de una presión de viento sinusoidal:

$$W = W_0 \text{ sen } \varphi \text{ sen } \theta$$

siendo Wo la presión contra un elemento normal a la dirección del viento. Las componentes de la presión se expresan por

$$X = X_n \text{ sen n } \theta \quad , \quad Y = Y_n \cos \text{n } \theta \quad Z = Z_n \text{ sen n } \theta$$

y las tensiones por $T_1 = T_{1n} \quad n\,\theta \quad , \quad S.$

Los valores del subíndice n sólo dependen de φ.

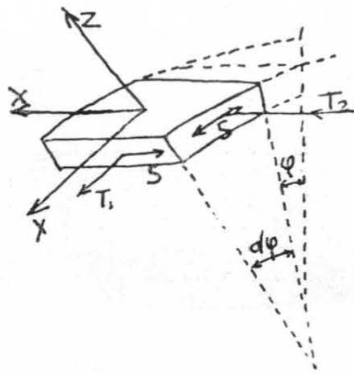
Las ecuaciones diferenciales se establecen así:

$$\frac{d}{d\varphi}(T_{1n} R_2 \text{ sen } \varphi) - T_{2n} R_1 \cos \varphi + n\, S_n R_1 = $$
$$= X_n R_1 R_2 \text{ sen } \varphi$$

$$\frac{d}{d\varphi}(S_n R_2 \text{ sen } \varphi) + S_n R_1 \cos \varphi - n\, T_2 R_1 =$$
$$= - Y_n R_1 R_2 \text{ sen } \varphi$$

$$T_{1n} R_2 + T_{2n} R_1 = Z_n R_1 R_2$$

Bóvedas cilíndricas.—En las bóvedas de cañón seguido, según queda dicho, tenemos un estéreo diagrama de esfuerzos; lo que en la cúpula se consigue con la doble curvatura, se logra en el cañón mediante testeros o perpiaños rígidos, cuya función esencial permite asimilar el cilindro tabicado a una viga de notable momento de inercia, apoyada en dichos hastiales y arcos fajones, si bien en ella no se cumple la ley plana de tensiones



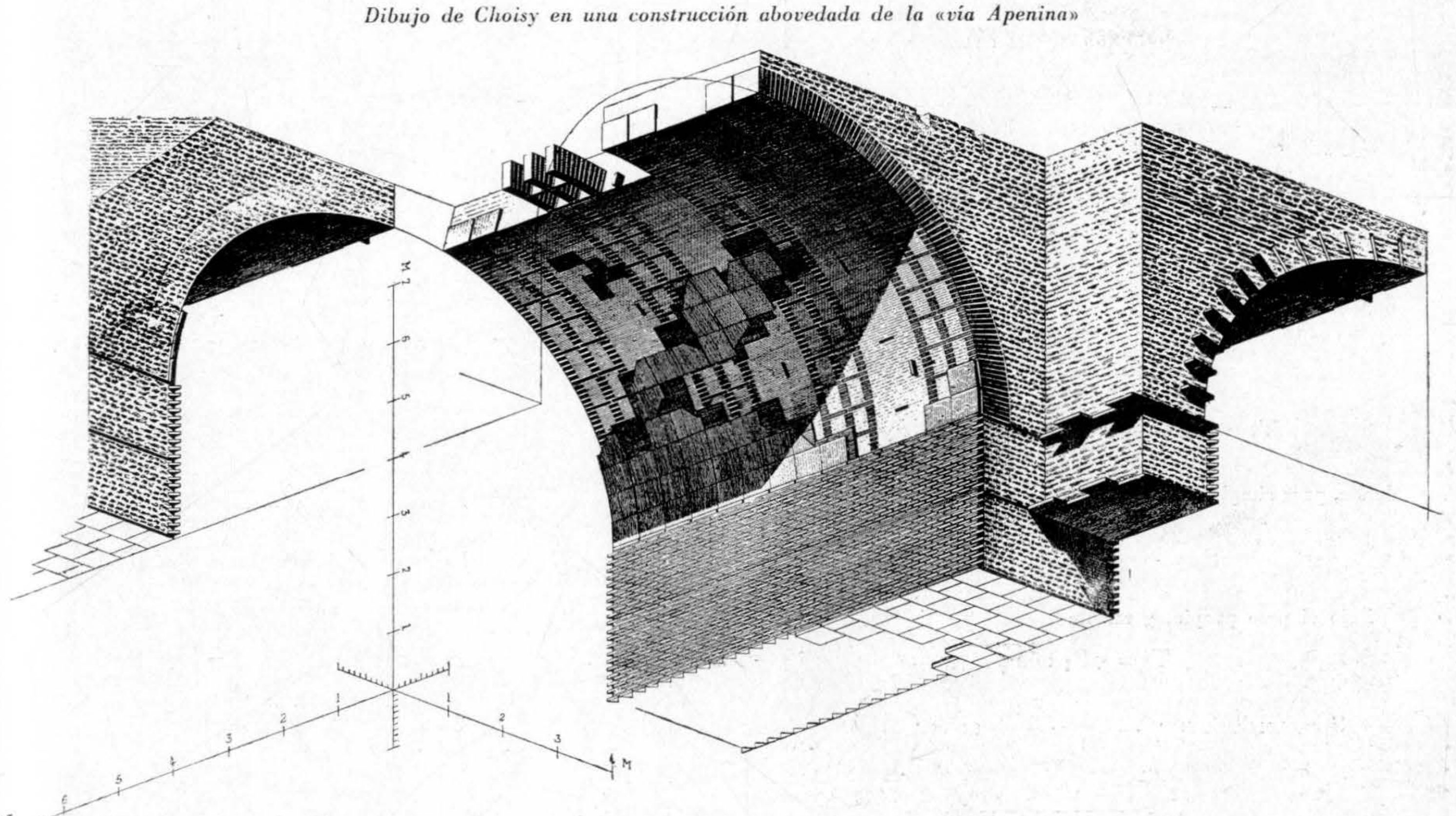
Las ecuaciones de equilibrio en el casquillo de bóveda se plantean en seguida

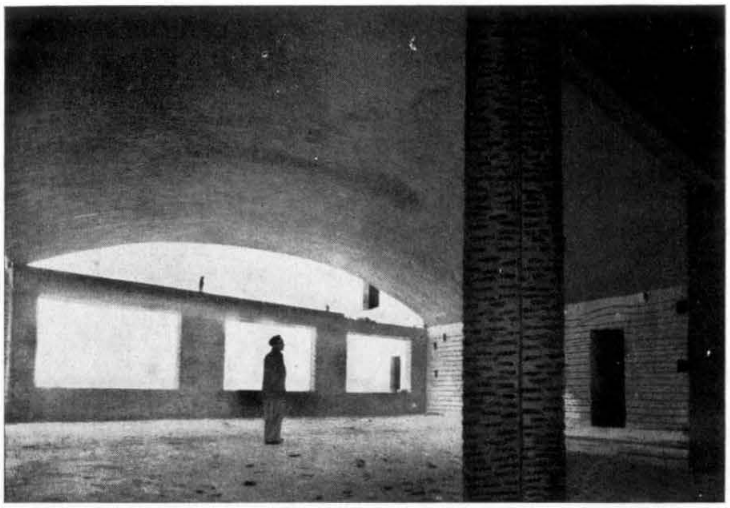
$$T_1 = R_1 Z$$

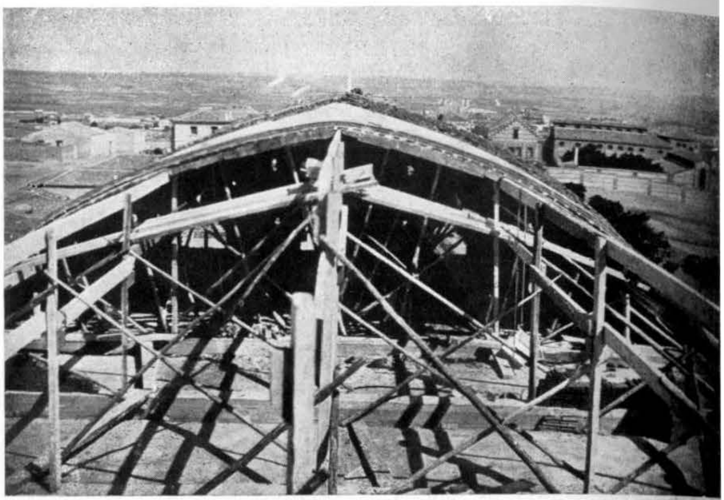
$$\frac{d\,T_1}{d\,\varphi} + \frac{d\,S}{d\,x} R_1 = R_1 Y$$

$$\frac{d\,S}{d\,\varphi} + \frac{d\,T_2}{d\,x} R_1 = R_1 X$$

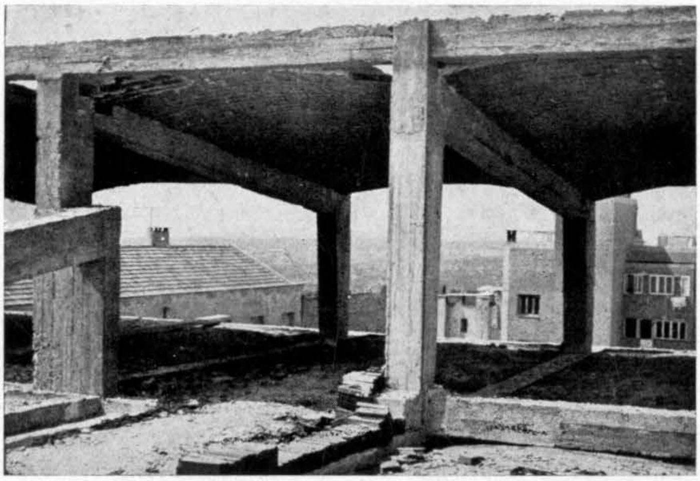
Dibujo de Choisy en una construcción abovedada de la «vía Apenina»







Distintos aspectos de contrarresto y disposición de cimbras en una bóveda de 11 m. de luz en una cubierta



Si admitimos que las componentes de la fuerza exterior sólo dependen de φ, la integración es inmediata:

$$T_1 = R_1 Z$$
$$S = S_0 x$$
$$T_2 = \frac{1}{R} \frac{d S_0}{d \varphi} \frac{l^2 - x^2}{2} - X (l - x)$$

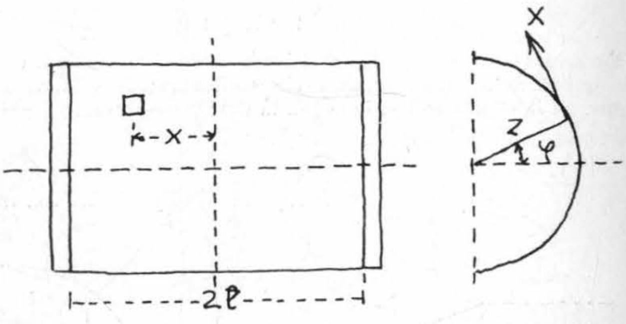
donde, para simplificar, ponemos

$$S_0 = - \frac{1}{R_1} \frac{d T_1}{d \varphi} + Y$$

Bajo el peso propio, g resulta

$$T_0 = g R_1 \cos \varphi$$
$$S = g x \left(2 \operatorname{sen} \varphi - \frac{1}{R_1} \frac{d R_1}{d \varphi} \cos \varphi\right) = \chi S_0$$
$$T_2 = \frac{l^2 - x^2}{2 R_1} \frac{d S_0}{d \varphi}$$

CAÑÓN DE MEDIO PUNTO.—Los resultados en el cañón semicircular pueden agruparse en la forma que sigue:



$$T_1 = g R \cos \varphi \quad \left| \begin{array}{l} \varphi = 0 \;;\; T_1 = g R \\ \varphi = \frac{\pi}{2} \;;\; T_1 = 0 \end{array} \right.$$

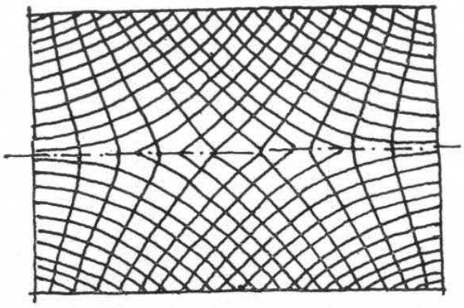
$$S = 2 g x \operatorname{sen} \varphi \quad \left| \begin{array}{l} \varphi = 0 \;;\; S = 0 \\ \varphi = \frac{\pi}{2} \;;\; S = 2 g x \end{array} \right.$$

$$T_2 = \frac{g \cos \varphi}{R} (l^2 - x^2) \quad \left| \begin{array}{l} \varphi = 0 \;;\; T_2 = \frac{g}{R} (l^2 - x^2) \\ \varphi = \frac{\pi}{2} \;;\; T_2 = 0 \end{array} \right.$$

Se comprueba que el empuje de la bóveda vale en la clave el producto del peso unitario por el radio y va disminuyendo hacia los arranques hasta anularse en ellos si la bóveda tiene tangente vertical. Mas como en los mismos y a consecuencia del esfuerzo tangencial S, se produce una tracción, cuyo máximo es igual a 2 g x, y que debe ser absorbida por una carrera. La solicitación a lo largo de la misma se obtiene por la integral

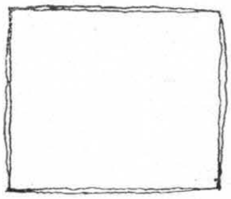
$$Z = \int S \, d x = g (l^2 - x^2)$$

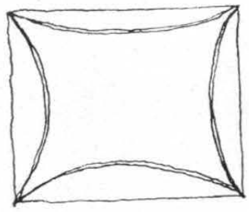
que alcanza su máximo para $x = 0$, donde precisamente es nula la fatiga tangencial. La carrera, además de soportar la tracción, asegura la rigidez lateral de las impostas. Si el cañón es de gran luz, dicha tracción es muy importante, la carrera alcanza un peso propio considerable y hay que organizarla como jácena o pórtico; solución indispensable cuando las bóvedas forman sistema lobulado para apear las resultantes de los empujes remanentes en las aristas de retroceso.



Bóvedas compuestas.—Por intersección de bóvedas de cañón se obtienen capillas por arista y de claustro, que tienen sobre las de revolución la ventaja de permitir mayor alejamiento mutuo de los apeos, dado que los cilindros de los cascos van de una intersección a otra sin provocar fatigas adicionales. Si la simetría es perfecta, bajo carga muerta, no hay flexiones en las aristas o en las limas que actúan como tímpanos o perpiaños de cañones, porque las resultantes de las tensiones anulares inciden en los planos de simetría. Resulta así una provechosa conjugación de cilindro y cúpula, que autoriza el cálculo por referencia a la superficie de revolución inscrita en el claustro poligonal.

Bóvedas vaídas.—Si establecemos comparación entre el cañón de rígidos fronteros y las bóvedas vaídas, o de traslación, se ve que en ésta tenemos dos resistencias abovedadas; hacia los testeros el empuje ha de anularse, pero se engendran momentos flectores porque la disminución de empuje en una dirección queda compensada por el aumento del correspondiente a la dirección octogonal. La única causa de flexión radica en la diferencia de compresiones entre la bóveda y el tímpano contiguo, apenas digno de consideración. De tal modo llega a ser

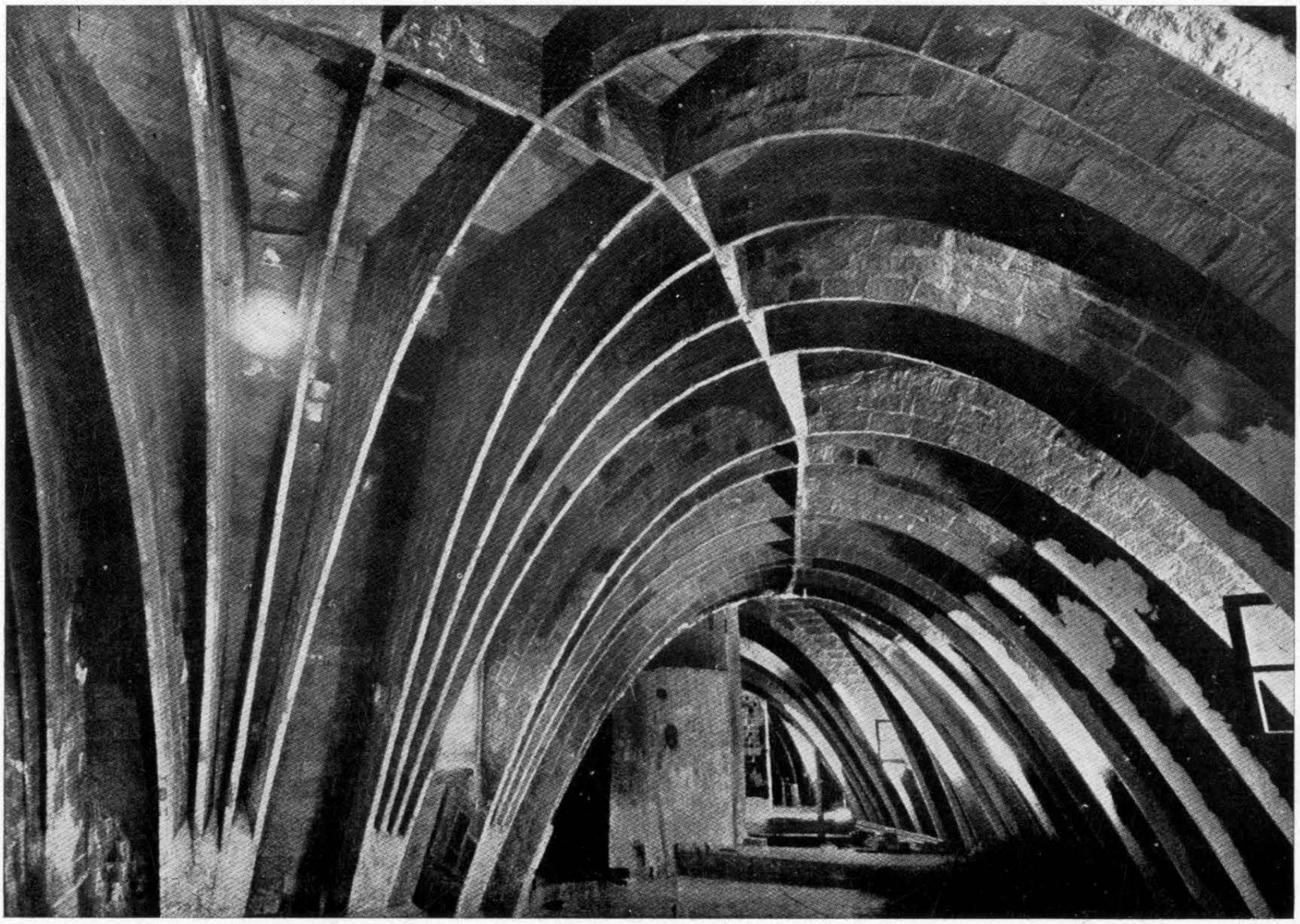


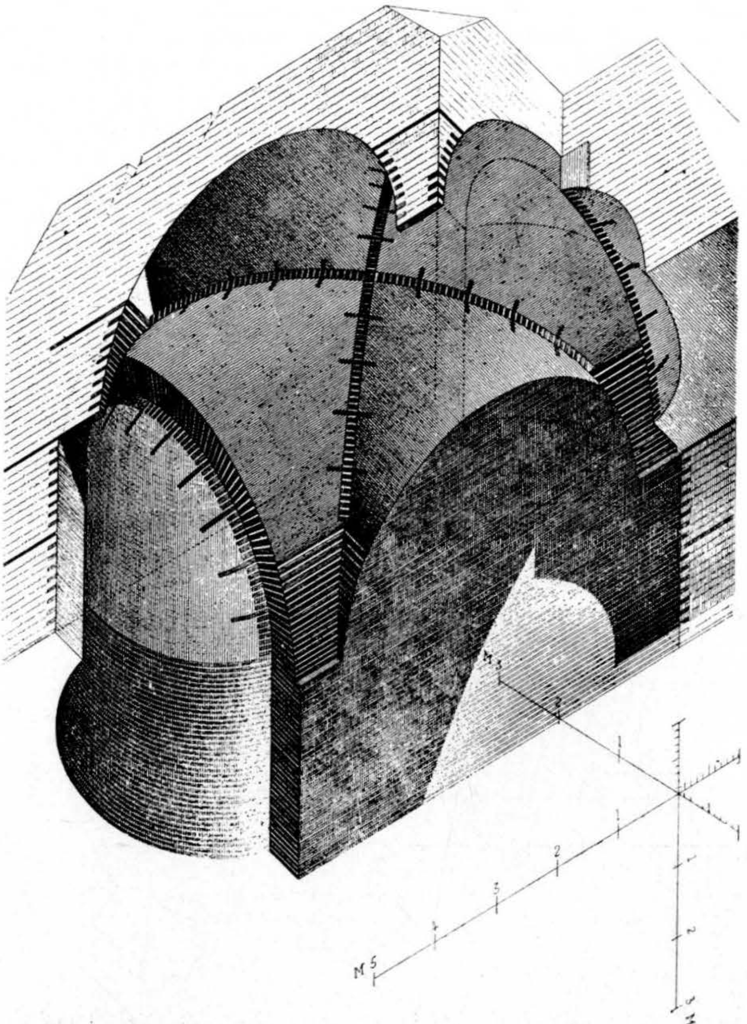


posible el salvar grandes luces con estructuras de alta rigidez, cuya forma tiende a identificarse con la antivelaria de las cargas predominantes.

Al cargar una bóveda con su perímetro cerrado con tabique,

La acción de las costillas de rasilla en los elementos abovedados es tan importante que se pueden construir bóvedas de rasilla de silueta inaceptable. Cubierta abovedada en una casa del arquitecto Antonio Gaudí





Bóveda por arista en el pórtico central de Janus Quadrifons

y sin empotrar en la misma, y si a su vez se ha arriostrado con armadura débil, se observa que ceden los cuatro ángulos, arrastrando tras de sí los tabiques en forma tal que éstos se despegan totalmente de la bóveda, quedando unas fuertes grietas entre la misma y cada tabique que se cierran al llegar a los ángulos donde existe concentrado todo el empuje.

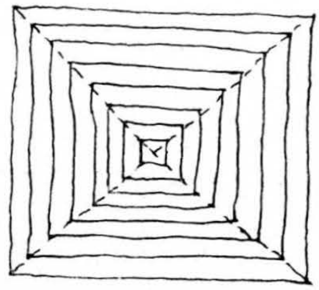
Si al construir la bóveda la hemos empotrado a los lados al separarse los tabiques arrastrarán tras de sí parte de la bóveda y, produciéndose la grieta en forma de luneto o arco alabeado que arranca a poca distancia del ángulo, tiene su máxima flecha a la mitad del lado y vuelve a morir junto al otro ángulo. De esta forma aparece en los cuatro lados.

De estos ensayos se puede deducir que estas bóvedas no producen empujes contra los lados y sí solo, según la dirección de las diagonales, en sus cuatro ángulos.

De modo que una bóveda vaída se puede construir de tal forma que por razón de su proceso de construcción se comprenda el que no ejerza empujes contra los lados. En efecto: si pasamos una primera hilada alrededor, en todo el perímetro del arco, tendremos cuatro arcos rebajados que no se apoyan en los muros y sí solamente en los ángulos de aquéllos. Si seguimos con una segunda hilada, concéntrica con la primera, ocurrirá lo propio, y así podemos hacer sucesivamente hasta cerrar la bóveda.

Entonces, para calcularla, supondremos la bóveda descompuesta por fajas curvas formando rectángulos concéntricos a los lados del perímetro. Estas fajas las consideraremos limitadas por las líneas diagonales.

Así descompuesta virtualmente la bóveda, efectuaremos el cálculo de cada faja independientemente, como arco rebajado



y actuando a manera de arco elástico empotrado por sus extremos, o sea, en las diagonales.

Llamaremos:

- l luz de la faja considerada que es la luz del eje de la faja entre los dos diagonales.
- p carga unitaria sobre la faja; en Kgs./M/1.
- f flecha del arco del eje de la faja.

Como para flechas comprendidas entre 1/8 y 1/12 de la luz el arco parabólico y el circular casi se confunden, se aplican las fórmulas del arco parabólico.

Entonces para carga uniforme:

Empuje horizontal: $H = \dfrac{p\,l^2}{8\,f}$

Momento flector en los empotramientos de los diagonales cargado la mitad del arco: $M = \pm \dfrac{p\,l^2}{64}$

Momento flector el cuarto de la luz: $M_{1/4} = \pm \dfrac{D\,l^2}{1024}$

Momento flector en el centro: $M_{1/2} = O$

Las reacciones de estas fajas irán dirigidas según las tangentes de la curva de la faja junto a las diagonales. Componiendo las de fajas contiguas se obtiene una resultante tangente a la bóveda, ya que se trata de una superficie cupular en contraposición a las bóvedas por arista.

Ello indica que la bóveda puede dejarse abierta en su parte central, ya que la diagonal no actúa como su arco.

Así que se tiene que las resultantes son tangentes a la bóveda pero se demuestra que para que las resultantes de los empujes parciales de las fajas consideradas den cuatro resultantes dirigidas según las diagonales de los cuatro ángulos, es preciso que las flechas de la cimbra directriz y de la generatriz sean iguales.

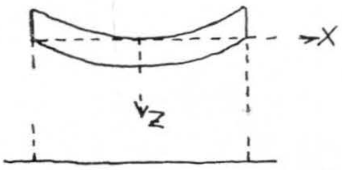
Cuando se cumple esta condición se puede construir una bóveda apoyada sólo por los cuatro ángulos.

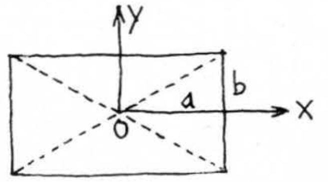
Prácticamente, se puede prescindir de buscar las resultantes parciales para obtener el empuje de la bóveda en los ángulos, puesto que efectuado en esta forma, nos dan un resultado semejante al correspondiente al arco formado por la diagonal con la mitad de la carga total de la bóveda, es decir, aplicando la fórmula $H = \dfrac{p\,a\,b\,l}{2\,f\,8}$

siendo:

- H empuje horizontal según la dirección diagonal.
- p carga unitaria de la bóveda en Kgs./M/2.
- a y b, lados de la bóveda.
- l luz del arco diagonal.
- f flecha del arco diagonal.

Bóvedas alabeadas.—Aimond patrocina la forma de paraboloide hiperbólico, semejante a la silla de montar, en que las diagonales de la planta cuadrangular son generatrices de la superficie





$$\frac{y^2}{p} - \frac{x^2}{q} = 2\,z$$

cuyo plano director es $\quad \dfrac{y}{\sqrt{p}} - \dfrac{x}{\sqrt{q}} = 0$

Si a y b son los semilados de la planta, debe cumplirse

$$\frac{y}{b} = \frac{x}{a} \qquad \text{de donde} \qquad \sqrt{\frac{P}{q}} = \frac{b}{a}$$

Llamando fe a la flecha en el punto (a, o), resulta

$$q = \frac{a^2}{{}_2f} \qquad y \qquad p = \frac{b^2}{{}_2f}$$

El estudio del equilibrio de tensiones se hace considerando el toro osculador para aplicar el método de Velasco de Pandos. Esta bóveda resiste su propio peso cualquiera que sea el espesor. La fatiga por compresión depende linealmente de los parámetros y del peso específico de la fábrica, ventaja que algunos puestos pusieran, puesto que también la ofrecen otros tipos más sencillos de tabicados, como los cilíndricos.

Bóvedas de escalera.—Para nuestras bóvedas de escalera, Terradas utilizó el método aproximado de Ritz, partiendo de una deformación que satisfaga las condiciones límites, provista de constantes arbitrarias que se determinan por la condición de mínimo de Clapeyron. Considera una bóveda cilíndrica de directriz circular de radio R, de abertura de arco y de ancho l empotrada según dos generatrices y un arco de contorno y libre por el otro. Los recorridos Uo, Vo, Wo corresponden, respectivamente, a la dirección de generatriz, tangente a la directriz y normal a la misma, y vienen expresados como sigue:

$$u_0 = \left(1 - \cos\frac{2\pi\varphi}{\varphi_0}\right) \left[\left(A \operatorname{sen}\frac{x}{l} + \frac{1}{2}\operatorname{sen}\frac{2\pi\varphi}{l}\right) + \right.$$
$$\left. + B\left(\cos\frac{\pi}{l} - \cos\frac{2\pi x}{l}\right)\right]$$

$$v_0 = -\frac{4}{a}\frac{1}{\varphi} B \operatorname{sen}\frac{2\pi\varphi}{\varphi_0} \operatorname{sen}\frac{\pi x}{l}$$

$$w_o = \left(A\cos\frac{2\pi\varphi}{\varphi_0}\right)\left[\frac{1}{a\pi} B\left(\operatorname{sen}\frac{\pi x}{l} - \frac{1}{4}\operatorname{sen}\frac{4\pi x}{l}\right) + \right.$$
$$+ C\left(-\cos\frac{\pi x}{l} - \frac{2}{3}\cos\frac{2\pi x}{l} + \cos\frac{3\pi x}{l} + \right.$$
$$\left.\left. + \frac{2}{3}\cos\frac{4\pi x}{l}\right)\right]$$

Los coeficientes A, B, C, se determinan por la citada condición de mínimo restringida.

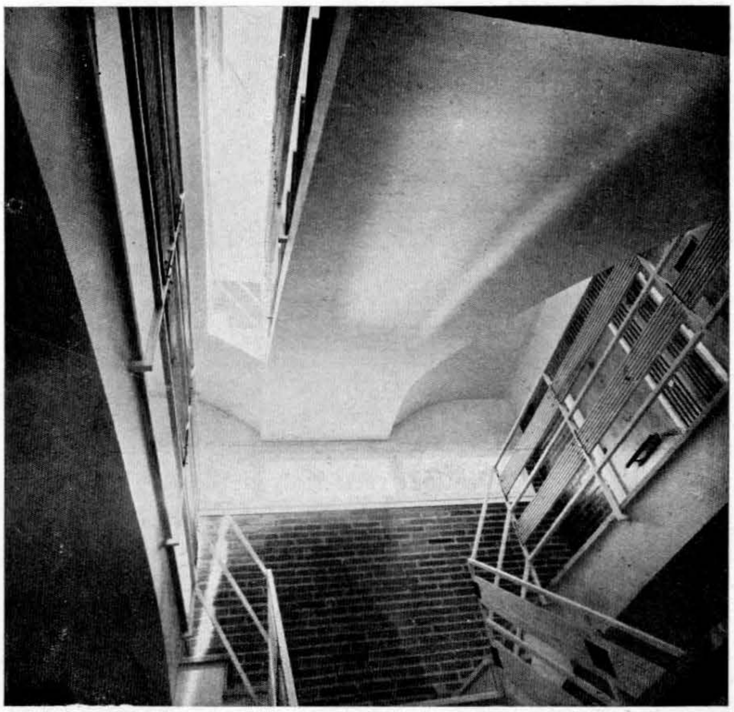
Las fórmulas precedentes sólo pueden servir de orientación para el cálculo de la bóveda tabicada por tranquil peculiar de los tramos de escalera, puesto que no corresponde a un cilindro de directriz circular y únicamente puede admitirse empotramiento imperfecto. Por otra parte, el macizo de hormigón del pedañeado se incorpora a la bóveda no como simple carga muerta, sino colaborando con ella en la transmisión de esfuerzos; de ahí la necesidad de adaptar la directriz al trazado de la gradería.

Los raros casos de ruina en esa genuina estructura catalana reconocen como causa inmediata la prematura carga concentrada de una ligera bóveda cilíndrica de escasa curvatura, sobre todo si la carga es dinámica, que provoca el brusco colapso por pandeo. En general, los choques entrañan peligro inminente de fractura. A fin de precaverlo, hay que aumentar la solidez de esta clase de bóvedas por recursos que tiendan a fijar la curvatura y a repartir las cargas. Tales son, por ejemplo, las prácticas tradicionales del enjuntado, de las lengüetas y de los lunetos.

Están también indicados los fajones de trasdos; así es posible lograr gran ligereza y rigidez al construir bóvedas dobles con tímpanos intermedios; siguiendo el ejemplo de las grandes cúpulas macizas de Florencia y Pistola.

Hoy día se prodiga con fortuna el contrarresto de empujes mediante zunchos o cinturones de hormigón armado, oportunamente colocados en los muros de sustentación. Merced a ellos, se ensancha mucho la influencia de las zonas de anclaje, que antiguamente resultaban pequeñas en el atirantado mixto. Pol Abraham ha llamado la atención sobre el abuso de cercos armados, que al incorporarse a la fábrica trabajan con independencia de la misma; indica la conveniencia de someter a tensión previa las armaduras a fin de que no sea el movimiento de la fábrica el que las tense, pues difícil sería evitar grietas y desplomes.

Con todo, siguen aplicándose estribos en contrabóvedas al modo bizantino, y también los atirantados ocultos, como en las bóvedas rebajadas con pletina en tijera del Hospital de San Pablo, de Barcelona. En naves industriales ha servido ventajosamente para suelos y techumbres la yuxtaposición de bóvedas vaídas, cuadradas y rectangulares, tensadas por arcos con ti-



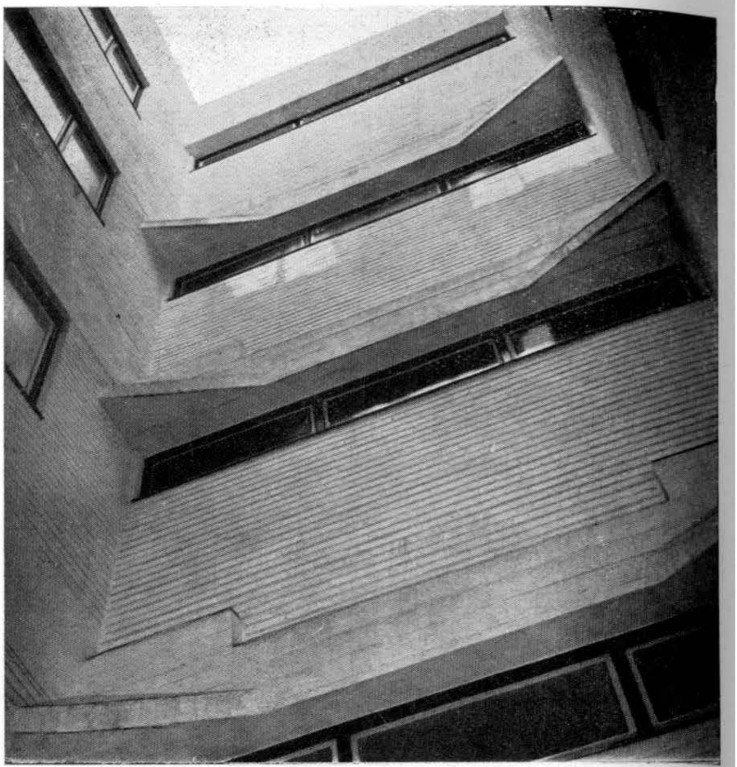
Aspecto interior de una bóveda tabicada en un tramo de escalera. Edificio de apartamentos en Madrid rantes, los cuales a veces son rígidos para que puedan prestar apoyo a tuberías y transmisiones. En estructuras de la misma clase se ha llegado a ingeniosas soluciones de abovedamiento según envolventes de generación complicada que recuerdan los retablos medievales.

También se pueden citar como aplicación de las bóvedas a la catalana la construcción de aljibes y lagares acanalados frecuente en la región catalana.

En estos y otros casos complejos, el grado de seguridad conseguido depende de la práctica y de la intuición constructiva. No hay que desestimar la aplicación de la resistencia de materiales sin creer que ésta nos va a llevar a una rigurosa comprobación de los empujes ni inquietarse cuando los métodos numéricos y gráficos nos presentan como peligrosa una solución que en la práctica resiste perfectamente.

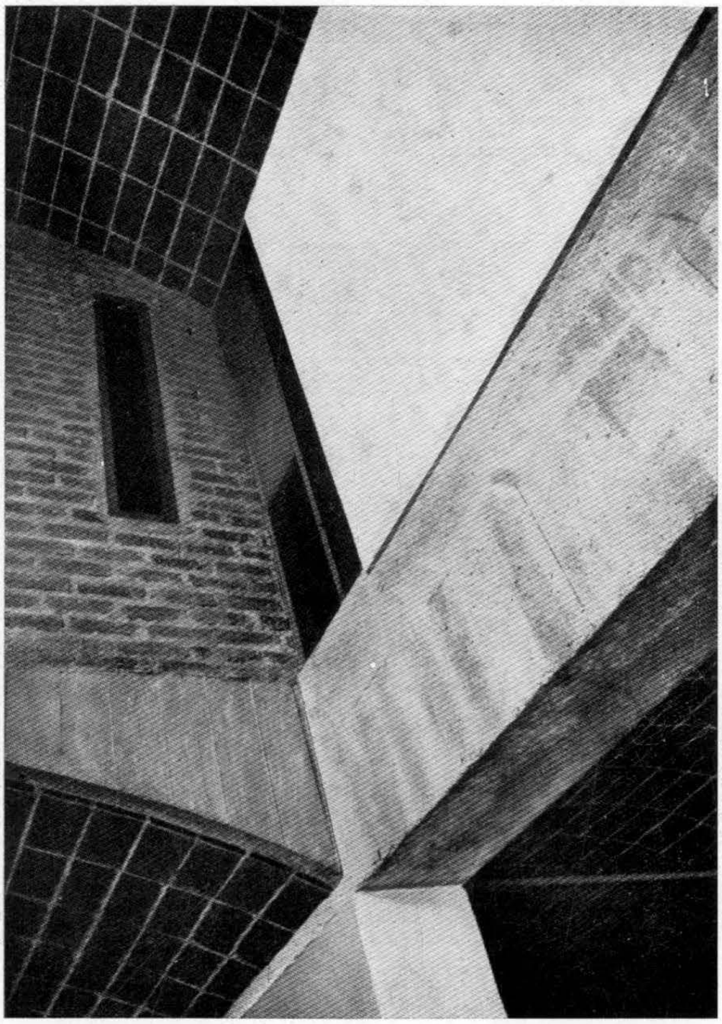
No basta limitarse a construir y ver que las fábricas resisten, sino que, como propone el profesor Torroja, es preciso dejarse de intuiciones y de presentimientos mecánicos y experimentar en las obras estudiando profundamente los resultados para que se alcance a conocer con exactitud su comportamiento interno, sus defectos y los peligros consiguientes, así como las posibilidades de avanzar en la aplicación de este método constructivo.

Si el aspecto científico es fundamental en todos los casos, no se puede negar que el adelanto técnico depende en gran parte de los resultados objetivos y experimentales.



Bóveda tabicada en tramo de escalera—5,30 metros de luz—, contrarrestada por contrafuertes. Edificio de apartamentos en Madrid. A. Fernández Alba, arquitecto

Bóvedas ligeras, según la técnica romana, contrarrestada por jacenas de hormigón. Maison Jaoul de Le Corbusier



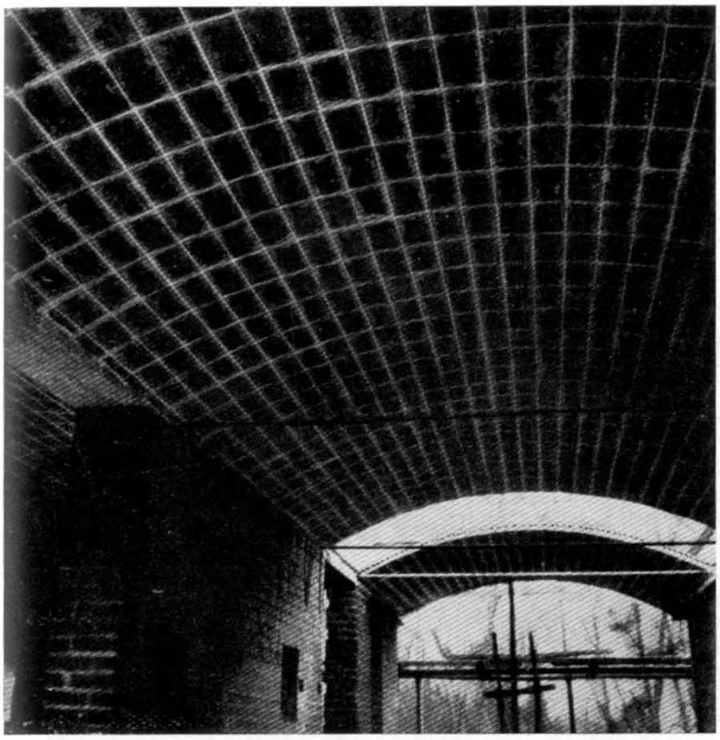
Perfil de la bóveda.—Las bóvedas tabicadas deben ser muy rebajadas para que resulten baratas y de fácil construcción. Sea cualquiera su forma, conviene que la flecha esté comprendida entre 1/5 y 1/12 de la luz.

La forma de la curva depende de lo siguiente: dimensiones, cargas, puntos de aplicación de éstas, empujes posibles en contrarrestos previamente trazados con el plan del edificio, situación en el mismo, relación con la composición general, condiciones acústicas y aspecto que se desea obtener.

La forma más corriente en cada caso para bóvedas elásticas es la apropiada para éstas de rasilla, pero hay algunas diferencias respecto del modo de plantear el problema. Carecemos de datos de cálculo suficientes, en primer lugar. El grueso de estas bóvedas es, además, ligeramente superior al de una membrana de hormigón; pero como, a diferencia de éstas carecen de armadura metálica, se requiere, en casos de esfuerzos laterales, la adición de costillas de rasilla para conservar la forma elegida, ya que la resistencia de estas bóvedas depende especialmente de la conservación de su figura. Es tan importante la acción de estas costillas, que se pueden construir bóvedas de rasilla de silueta inaceptable, según el cálculo corriente de una bóveda elástica, con tal de añadirles estos elementos. Por eso pueden hacerse sustituciones de curvas, procurando el uso de las más sencillas de trazar desde el punto de vista artesano, que no deja nunca de estar presente en este sistema de construcción. Finalmente, es importante tener en cuenta que la sobrecarga, aunque sea grande, es menos peligrosa que la falta de unidad entre la bóveda y los elementos que aseguran su rigidez.

El modo tradicional de emplear la bóveda ligera contrarrestada por medio de contrafuertes o con tirantes, es guía necesaria para decidir el sistema total de una construcción abovedada, y se requiere el conocimiento de todas las soluciones que se han empleado en otros tiempos, por muy diferentes que parezcan aquellos problemas de los nuestros.

Suponiendo ya elegida la flecha y la luz de la bóveda, dentro



Los gruesos de las bóvedas que se suelen emplear respecto a su luz, son los siguientes:

Luces de hasta 6,00 m., dos rasillas.

Luces de 6,00 a 12,00 m., tres rasillas o dos hiladas de ladrillo o una de doble hueco.

Luces de 12,00 a 18,00 m., ladrillo doble hueco colocado a soga.

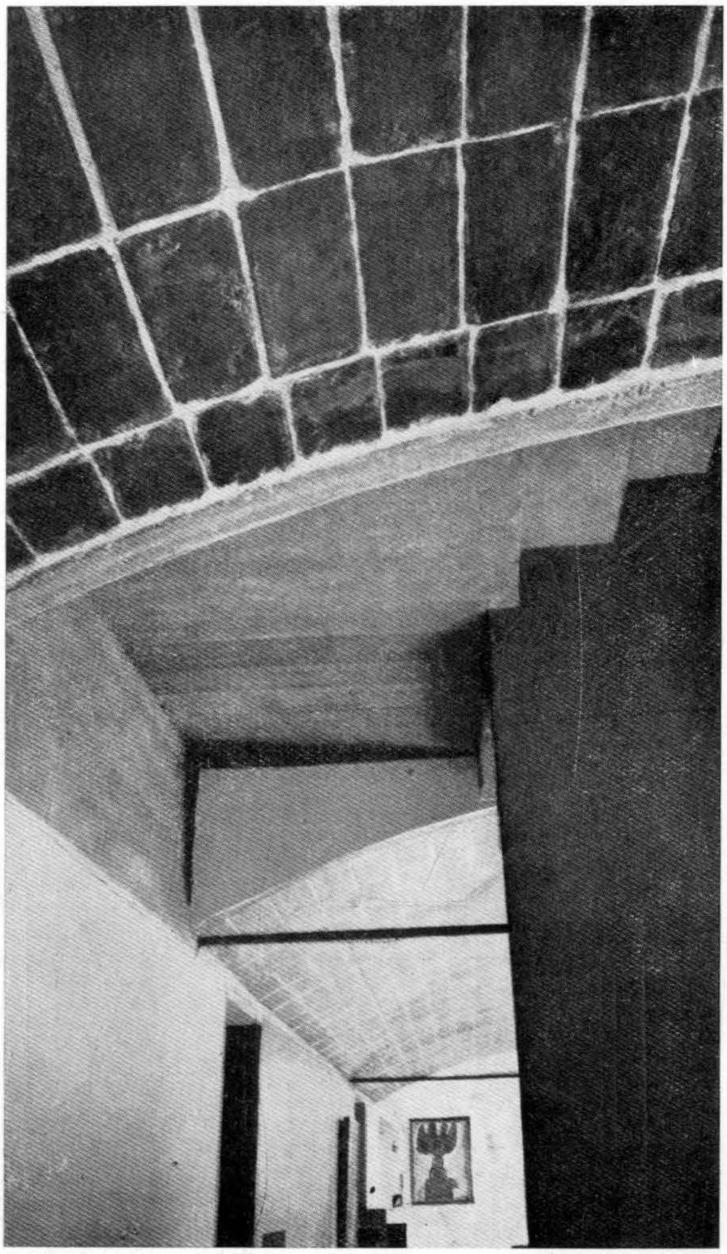
Las luces superiores a los 18,00 m. no son recomendables para este sistema.

A pesar de haber anotado de una forma general el grueso de las bóvedas, más adelante se indicarán fórmulas empíricas para el cálculo de las mismas.

Antes de comenzar el cálculo práctico, es necesario significar tres observaciones muy importantes para su construcción:

1. Antes de unir las piezas con mortero se mojarán para que no absorban el agua de éste.

Vistas interiores de la Maison Jaoul



ambas de la relación antes mencionada de 1/5 a 1/12, los casos de carga corrientes son tres:

a) Carga uniformemente repartida.

b) Carga concentrada en la región central.

c) Cargas concentradas en los costados.

En el caso a), la forma más conveniente es la parábola de segundo grado que para flechas comprendidas entre 1/8 y 1/12 de la luz, puede sustituirse por un arco de círculo en luces menores de 9,00 m. en general, pudiéndose llegar a 12,00 metros en bóvedas más gruesas de lo corriente.

En el caso b), resulta ser un arco apuntado formado por dos ramas de parábola, que puede sustituirse por curvas más sencillas, como en el caso anterior.

En el caso c), puede emplearse un arco de tres centros o una semielipse como formas apropiadas. Estas consideraciones y las que siguen se refieren principalmente a la bóveda de cañón rebajado, que es la más usada en construcciones económicas y a resultados experimentales con preferencia a los de cálculo.

Las bóvedas rebajadas tienen la ventaja en el cálculo y en la construcción de hacer fáciles estas sustituciones de curvas y de hacer predominar el trabajo de compresión a cualquier otro. Al contrario ocurre en la bóveda de medio cañón, donde se presentan trabajos a tracción muy importantes, y en las rebajadas más de 1/12, donde se produce trabajo a flexión como en una viga, y, por consiguiente, aparecen tracciones.

En cuanto a la ejecución, la bóveda rebajada permite el empleo de cimbra de poco peso y manejable a las cuadrillas; pueden trabajar a lo largo de una sola andamiada horizontal para cada rebanada, pues, por ejemplo, para una luz de 9,00 m. con un 1/12 de flecha, resulta la altura de ésta de 0,75 m., con lo cual sirve un mismo nivel de andamio para los arranques y la clave, y sigue sirviendo aunque la zona de trabajo tenga de 1,00 m. a 1,20 m. de altura, o sea, hasta para bóvedas de 12 metros de luz. También es posible trabajar con una cimbra directriz, evitándose la construcción del camón, colocándose las rasillas inferiores en la forma que se hacen las escaleras a la catalana. Esto es recomendable en bóvedas de pequeña luz, pues en las demás se obtiene un rendimiento de trabajo bastante menor.

2. Se alternarán las juntas en todos sentidos a cada nuevo grueso.

3. Se dispondrán las cimbras o camón sobre dobles cuñas que permitan la máxima suavidad en el descimbrado.

ALGUNOS EJEMPLOS DE CALCULO PRACTICO

BÓVEDA PARA LOCAL RECTANGULAR.—Los elementos de cálculo son:

luz, 10,00 m.; flecha, 1,66 m.; radio $= \dfrac{\left(\dfrac{L}{2}\right)^2 + f^2}{2\,f}$ donde

$\dfrac{L}{2}$ = mitad de la luz en metros.

f = flecha en metros.

r = radio.

$$r = \frac{5^2 + 1{,}66^2}{2 \times 1{,}66} = 8{,}38 \text{ m.}$$

fatiga a la compresión: igual a 6,00 Kgs./cm^2.

Material de cubierta: teja plana.

El peso total por m^2, comprendiendo la bóveda, teja plana, tabiquillos verticales para sostener las tejas y sobrecarga de viento y nieve en proyección horizontal es de 400 Kgs./m^2.

Como la bóveda tiene cargas y forma simétricas, se estudiará solamente la mitad.

Carga soportada en media bóveda: $400 \times \dfrac{10}{2} = 2.000$ kgs.

El espesor de la bóveda en la clave, según el ingeniero Simón Goldenhorn, se obtiene por la fórmula

$$e = \sqrt{2{,}3 \times f^2 + 0{,}015 \times \frac{P_t \times L}{c}} - 1{,}50\,f$$

donde

e = espesor de la bóveda en la clave.

f = flecha en cm.

Pt = carga total de la semibóveda.

L = luz de la bóveda en cm.

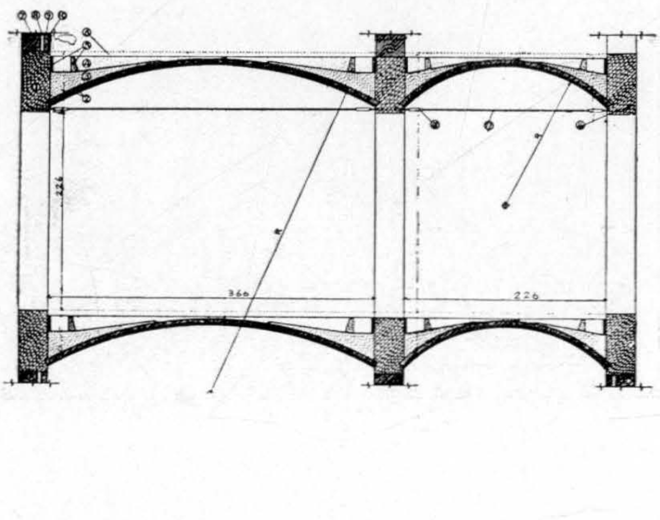
c = coeficiente de trabajo del material a compresión.

Con los datos anteriores, tenemos:

$$e = \sqrt{2{,}3 \times 1{,}66^2 + 0{,}015 \times \frac{2.000 \times 1.000}{6}} - 1{,}50 \times 166 = 12 \text{ cm.}$$

Espesor en el arranque $= 12 \times 1{,}4 \simeq 17$ cm., que haremos con espesor uniforme de 17 cm. (tres hiladas o roscas de piezas de ladrillo de $25 \times 12 \times 5$ cm.) y dos juntas.

Sección transversal de las bóvedas tabicadas



Nota.—Para gruesos o espesores en los arranques, según sea la relación de flecha y luz de 1/2, 1/4, 1/6, 1/8 ó 1/10, se multiplicarán por 1,8, 1,6, 1,4, 1,2, respectivamente, siendo el último, o sea 1/10, igual en el arranque que en la clave.

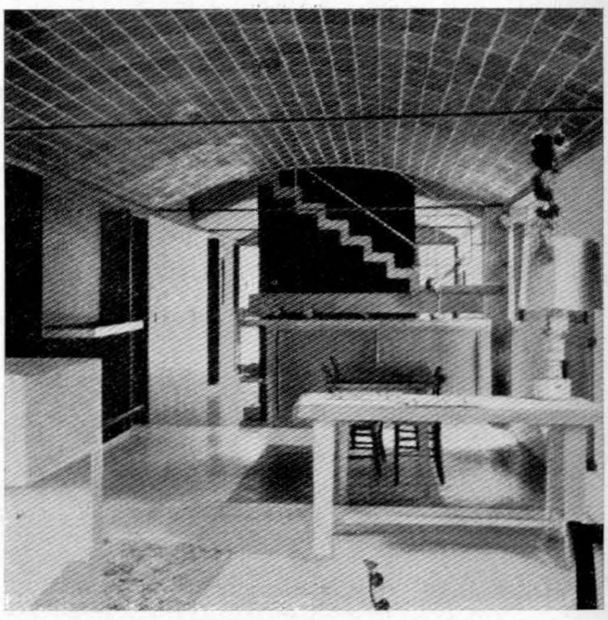
Calculado este espesor, solamente resta comprobar con el cálculo gráfico si este grueso satisface a la estabilidad de la bóveda.

Comenzamos por dividir la semibóveda en 6 ó más dovelas. Se hallan los centros de gravedad de las dovelas por los que han de pasar las rectas de acción del peso propio más la sobrecarga P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 y P_6.

El equilibrio de la bóveda se estudia determinando la resultante R de las cargas correspondientes a media bóveda. Esta determinación se efectúa por medio de los polígonos de fuerza y funicular.

La curva de presiones ha de pasar por el punto medio de la clave y por el tercio inferior del arranque.

Por el punto medio de la clave trazamos una línea horizontal hasta cortar a R, y uniendo este punto de corte con el tercio inferior del arranque, la paralela a esta línea trazada por el extremo inferior del polígono de fuerzas nos da las E y Q empuje en la clave y última resultante en el arranque, con lo que también queda determinado el nuevo polo O'. Por este nuevo polo O' se traza el polígono funicular definitivo, que pasará, como antes se dijo, por el punto medio en la clave y el tercio inferior en el arranque. La intersección de los lados de este polígono funicular con las juntas de las dovelas dará la curva de presiones A, B, C, D, E, F, y G, la que debe correr dentro del tercio medio de la bóveda, pues saliendo de él pueden darse como inadmisibles las fatigas de compresión o tracción del material. Si resultan fatigas mayores a las que permite el material, se deberá aumentar el espesor de la bóveda trazando de nuevo la curva de presiones y verificándose las fatigas.

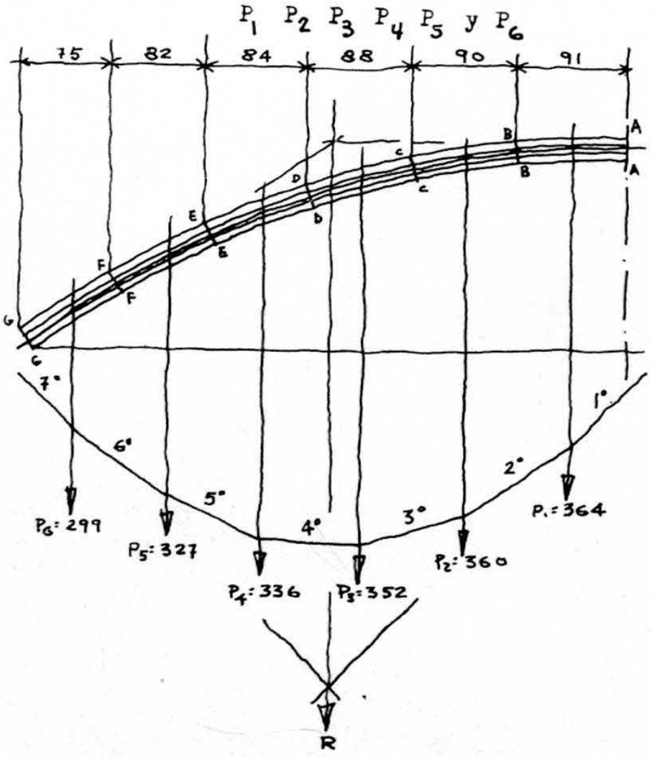


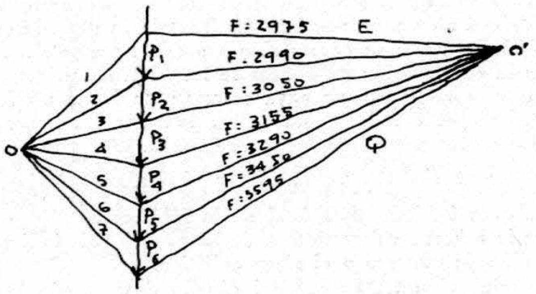
FATIGAS.—En cada sección transversal de bóveda se obtienen las fatigas por las fórmulas siguientes:

a la compresión: $+F = \dfrac{F}{A\,B}\left(1 + \dfrac{6\,e}{A}\right)$ Kg./cm.^{2}

a la tracción: $-F = \dfrac{F}{A\,B}\left(1 - \dfrac{6\,e}{A}\right)$ Kgs./cm.^{2}

siendo: F = fuerza de compresión; A = grueso de la bóveda; B = longitud de la sección; e = la excentricidad de su punto de aplicación.





En nuestro caso obtenemos los siguientes resultados:

JUNTA	ESCUADRIA A × B cm	SUPERFICIE cm²	PRESION NORMAL F en Kg	e cm	COMPRESION Kg/cm²	TRACCION Kg/cm²
A-A	17 × 100	1.700	2975	0	2,36	1,13
B-B	17 × 100	1.700	2990	0	2,36	1,13
C-C	17 × 100	1.700	3.050	1,5	2,73	0,841
D-D	17 × 100	1.700	3155	1,7	2,96	0,74
E-E	17 × 100	1.700	3290	2,2	3,37	0,443
F-F	17 × 100	1.700	3450	2,8	3,99	0,04
G-G	17 × 100	1.700	3595	2,8	4.17	0,042

Como vemos, la fatiga máxima a la compresión es de 4,17 Kgs./cm², y a la tracción, de 1,13 Kgs./cm², fatigas que resiste perfectamente el material.

TIRANTE.—Calcularemos el tirante que está sometido a una tensión e igual a la de clave, o sea 2.975 Kgs., colocando un tirante cada dos metros, tenemos 2.975 × 2 = 5.950 Kgs.

Sección: $f_e = \dfrac{5590}{1200} = 4{,}95$ cm.² lo que es igual a un ∅ de

26 milímetros de diámetro que tiene una sección de 5,31 cm².

Se colocarán cuatro péndolas formadas por varillas de 16 milímetros de diámetro, de las cuales se colgará el tirante.

La bóveda descansará sobre una solera de hormigón armado, la cual cada dos metros se une a la solera opuesta por medio de los tirantes.

Siendo la luz para el cálculo de la flexión de la solera de dos metros y E el empuje de la bóveda, el momento será:

$$M = \frac{E \times 2^2}{8} = \frac{2975 \times 4}{8} = 1.487 \text{ m. Kg.}$$

Para el cálculo de las dimensiones de la solera se tendrá en cuenta que la altura máxima corresponde al ancho de la pared, o sea 30 cm., de los que se descontarán dos centímetros para recubrimiento, quedando 28 cm. de altura útil.

El cálculo de secciones no presenta dificultad, realizándose por las conocidas fórmulas de:

$$\text{Altura útil} = 0{,}411\sqrt{M/b} \qquad b = \text{ancho en m.}$$
$$\text{Sección hierro} = 22{,}8\sqrt{M \times b}$$

Nota.—Las anteriores fórmulas son para coeficientes de trabajo del hormigón y del hierro de 40 Kgs./cm² y de 1.200 Kgs./cm², respectivamente.

Secciones:

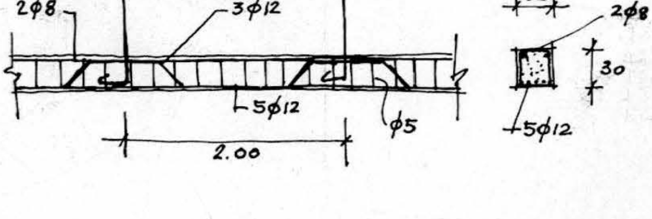
$$h = 0{,}411\sqrt{1487 : b} = 28 \text{ cm. y } \frac{0{,}411^2 \times 1487}{b} = 28^2$$

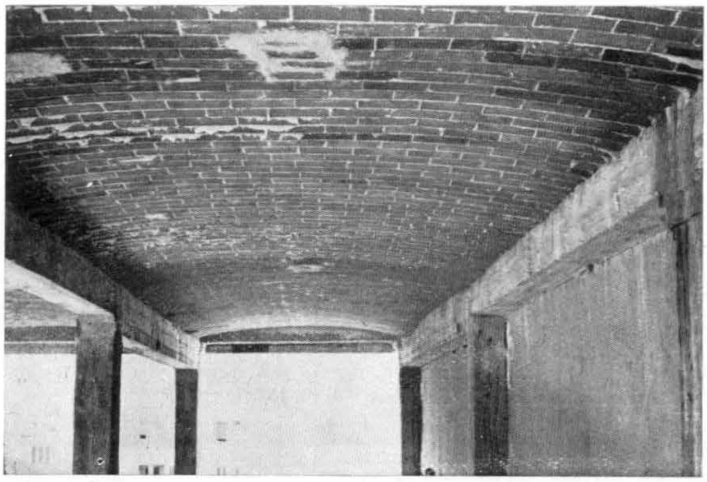
$$\text{ancho } b = \frac{0{,}411^2 \times 1487}{28^2} = \frac{0{,}168721 \times 1487}{784} = 0{,}32 \text{ m.}$$

$$S_f = 22{,}8\sqrt{1487 \times 0{,}32} = 5{,}01 \text{ cm}^2$$

lo que es igual a 5 barras de 12 mm. de diámetro con sección igual a 5,65 cm².

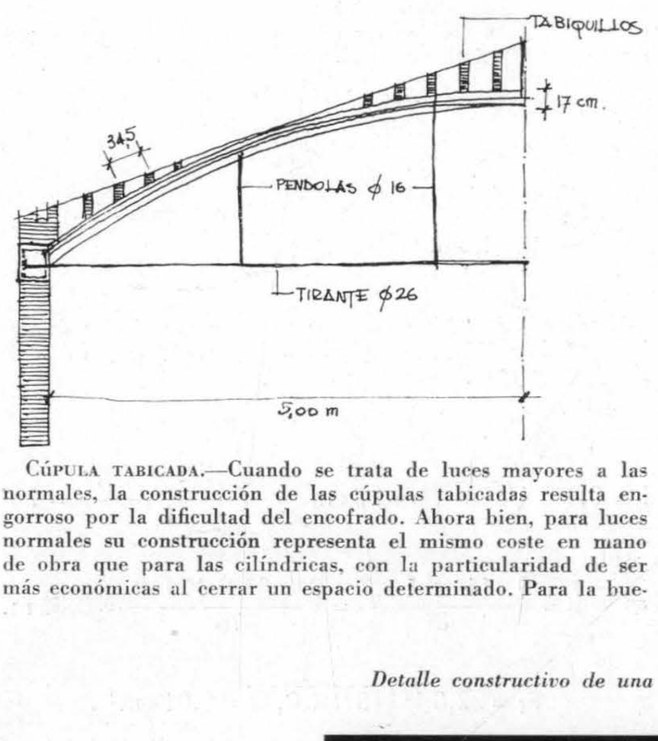
La armadura irá colocada como se indica en la figura:



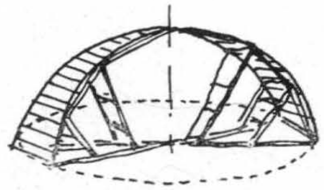


Bóveda tabicada en un edificio de viviendas en Madrid

En la figura se da un conjunto de la bóveda en cuestión.



CÚPULA TABICADA.—Cuando se trata de luces mayores a las normales, la construcción de las cúpulas tabicadas resulta engorroso por la dificultad del encofrado. Ahora bien, para luces normales su construcción representa el mismo coste en mano de obra que para las cilíndricas, con la particularidad de ser más económicas al cerrar un espacio determinado. Para la buena construcción de estas cúpulas se debe ejecutar antes el solado, o al menos la nivelación exacta del terreno interior para facilitar al correcto desplazamiento de la cimbra que debe girar alrededor de un eje vertical hasta que quede ejecutada la cúpula.



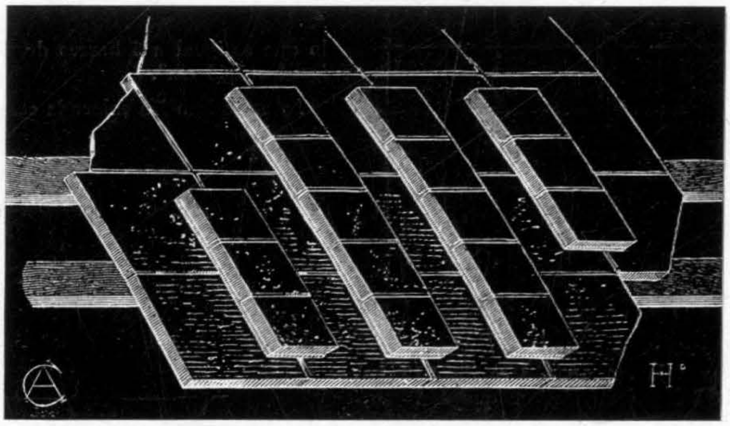
No deberá ejecutarse por fajas horizontales, ya que la cúpula no es estable hasta su coronamiento o cobertura total.

Para la construcción de huecos se ha de tener presente que para locales rectangulares cuya relación de lados no sea de longitud mayor del doble del ancho, bastarán los huecos que se dejen en las paredes verticales de cierre. En caso de mayor longitud pueden abrirse ventanas en la bóveda, siendo aún mejor repartir en todo el tablero una serie de puntos luminosos intercalando baldosas de cristal en la fábrica. .

Para la cobertura de este tipo de bóveda, lo más indicado es el tendido de mortero o el riego asfáltico.

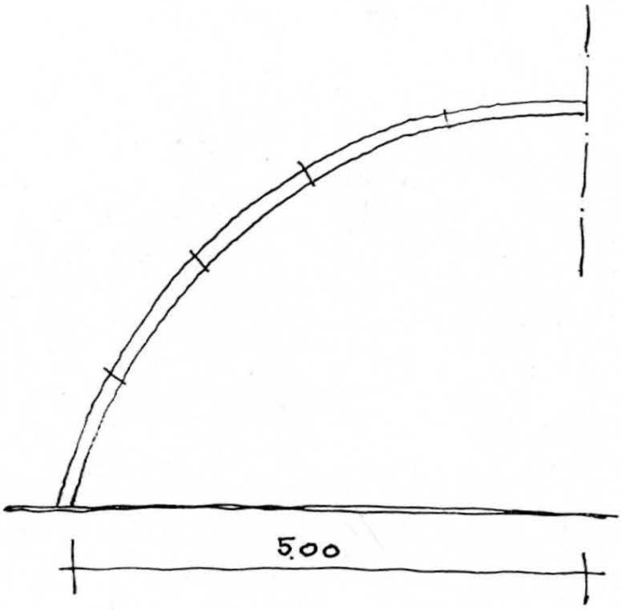
A continuación trataremos del cálculo de una cúpula tabi-

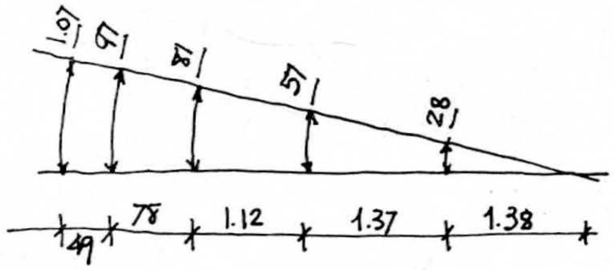
Detalle constructivo de una bóveda según la técnica romana



cada de 10,00 m. de diámetro interior, 5,14 m. de radio exterior y 0,14 m. de grueso (tres rasillas y dos juntas con capa de mortero impermeabilizada).

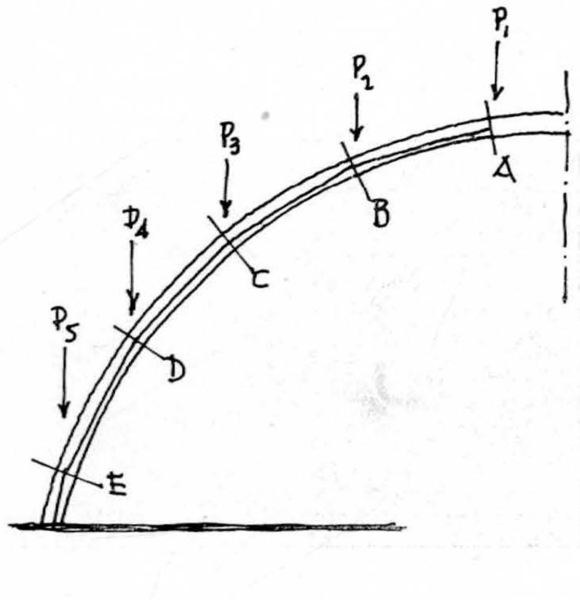
El peso total de bóveda con sobrecarga de viento y nieve





en proyección horizontal es de 350 Kgs./m². La longitud de la circunferencia es de 32,28 m. (externa).

Tomando un segmento de 1/30 nos da una longitud de 1,07 metros. Dividiendo la sección vertical de media bóveda en cinco dovelas ficticias de igual longitud, nos da la siguiente carga en proyección horizontal:



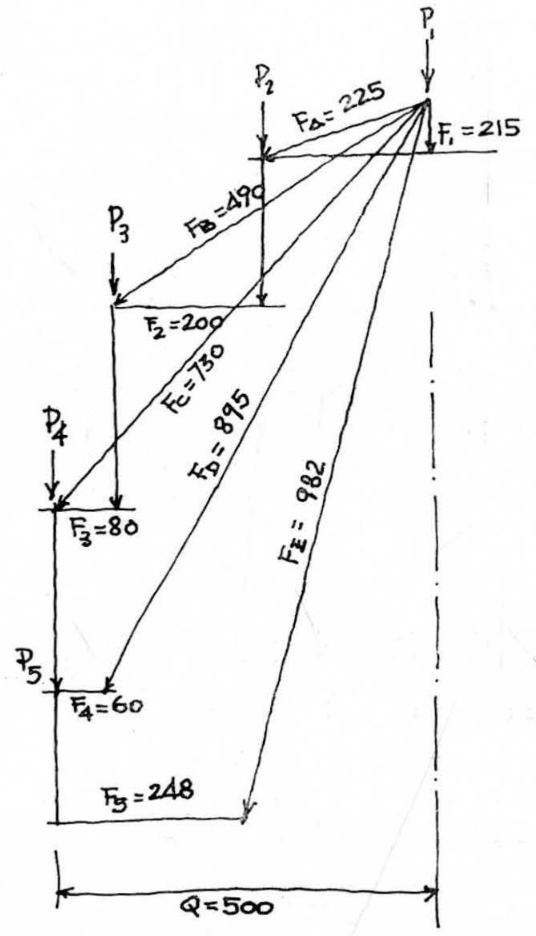
$$P_1 = 0,28\ \frac{1,38}{2} \times 350 = 66,6 \text{ Kgs.}$$

$$P_2 = \frac{0,28 + 0,57}{2} \times 1,37 \times 350 = 192,8$$

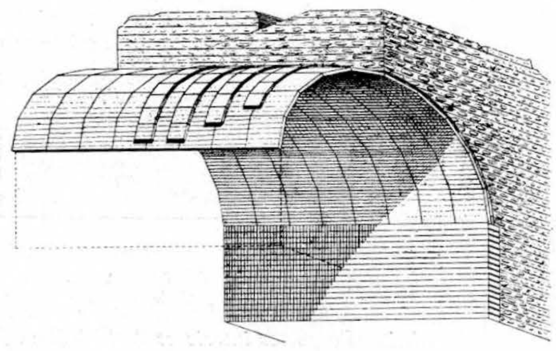
$$P_3 = \frac{0,57 + 0,81}{2} \times 1,52 \times 350 = 270,4 \text{ Kgs.}$$

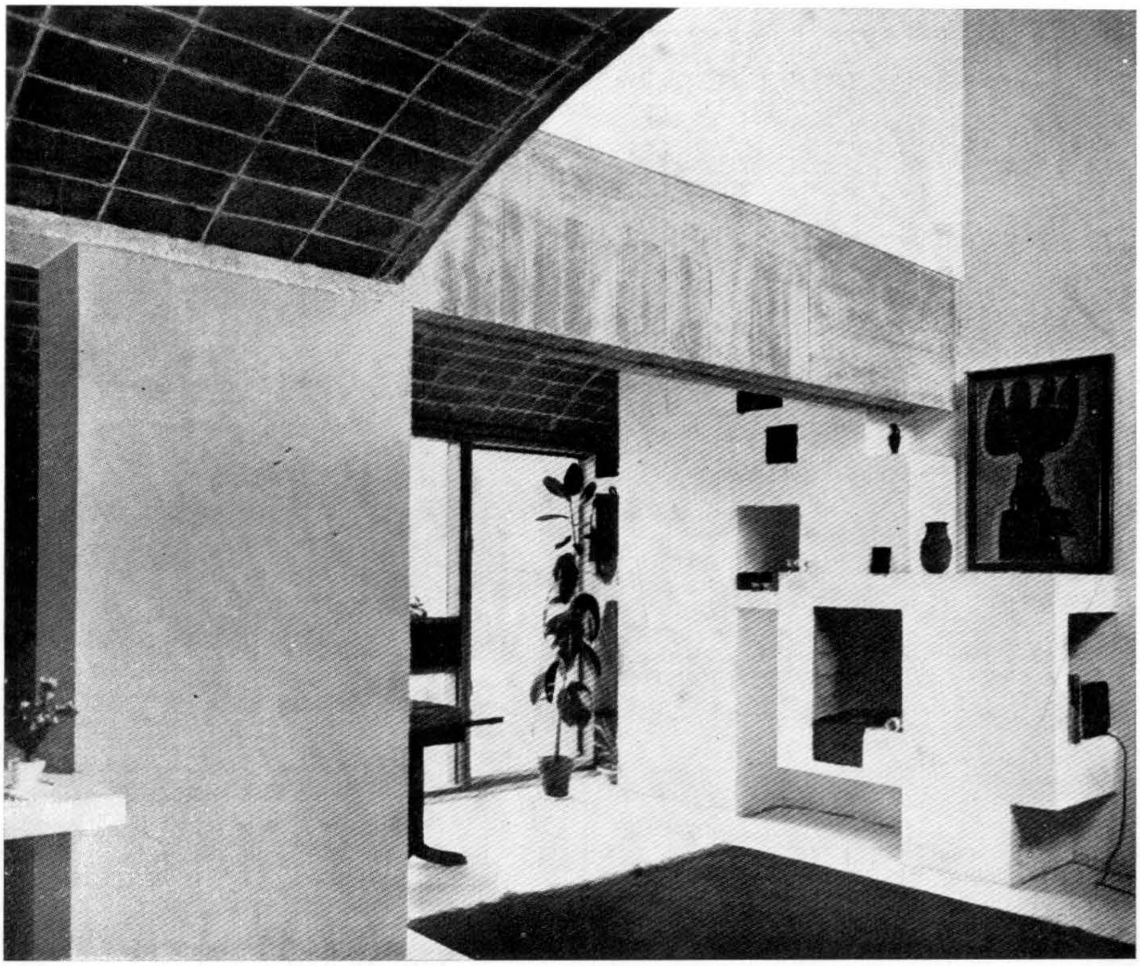
$$P_4 = \frac{0,81 + 0,97}{2} \times 0,78 \times 350 = 242,9 \text{ Kgs.}$$

$$P_5 = \frac{0,97 + 1,07}{2} \times 0,49 \times 350 = 174,7 \text{ Kgs.}$$



Construcción de una bóveda en el Palatino

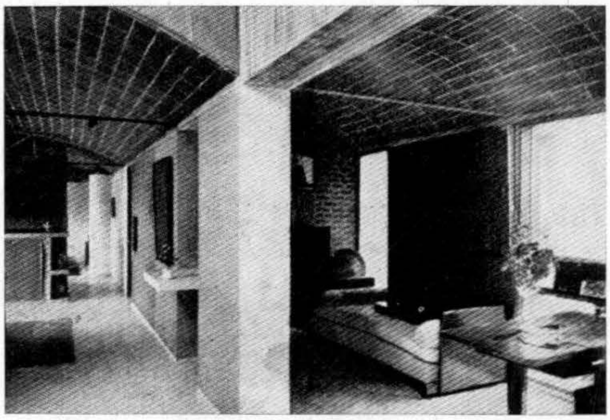


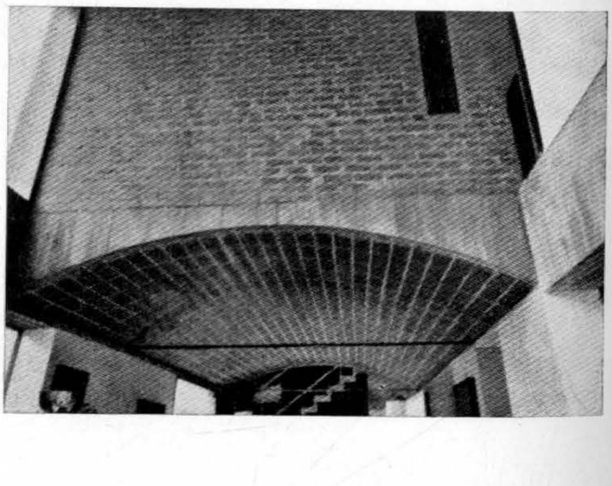


Jacenas de apoyo en Villa Sarabhai

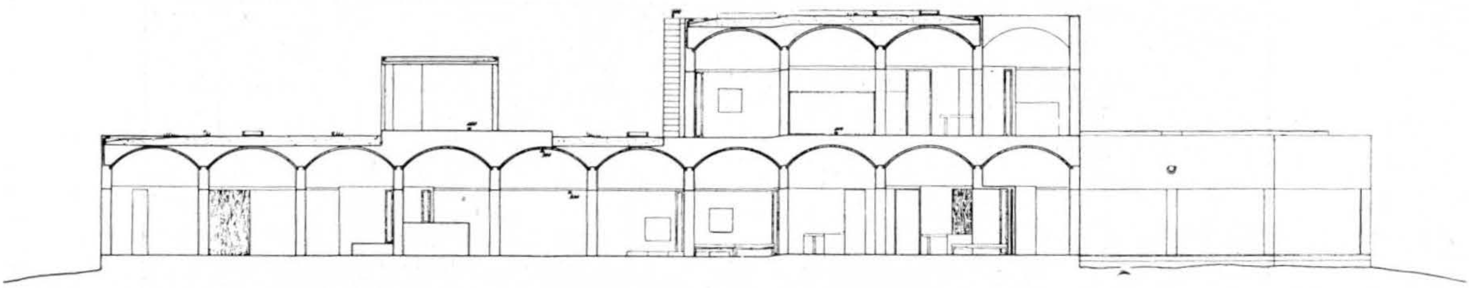
Para la obtención de fatigas en compresión, según paralelos y meridianos, dividiremos los anteriores pesos en fuerzas horizontales e inclinadas, o sea, paralelas a la línea de unión de los ejes de las dovelas ficticias, donde tenemos

FUERZAS HORIZONTALES	FUERZAS INCLINADAS
F_1 = 215 Kg.	F_A = 225 Kg.
F_2 = 200 »	F_B = 490 »
F_3 = 80 »	F_C = 730 »
F_4 = 60 »	F_D = 895 »
F_5 = 248 »	F_E = 982 »

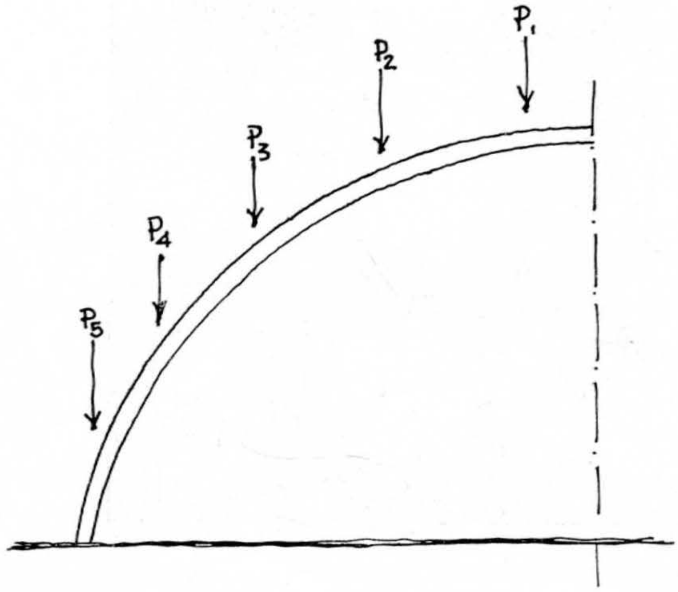




Distintos aspectos interiores de la Maison Jaoul



Sección longitudinal de Villa Sarabhai



La máxima fatiga en compresión por paralelas, es:

$$C_t = 1.074 : (137 \times 14) = 0{,}55 \text{ Kg/cm.}^2$$

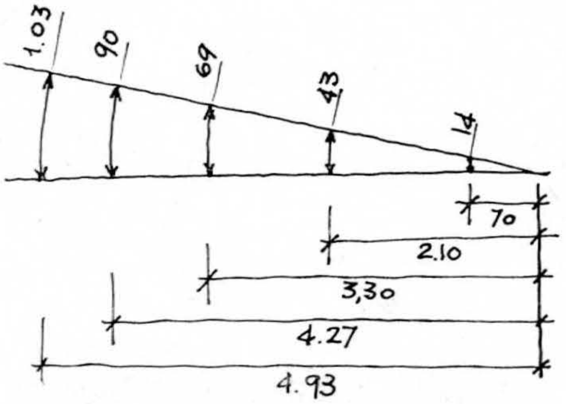
La máxima fatiga por compresión según meridianos, es:

$$C'_t = 225 : (14 \times 14) = 1{,}14 \text{ Kg./cm.}^2$$

La máxima fatiga por tracción a que está sometida la bóveda, es:

$$T = \frac{982}{14 \times 107} \times \left(1 - \frac{6}{14}\right) = 0{,}37 \text{ Kg./cm.}^2$$

La cimentación de la bóveda no ofrece dificultad, ya que las cargas que transmite al terreno son pequeñas. La única observación a tener en cuenta es la inclinación del esfuerzo, lo



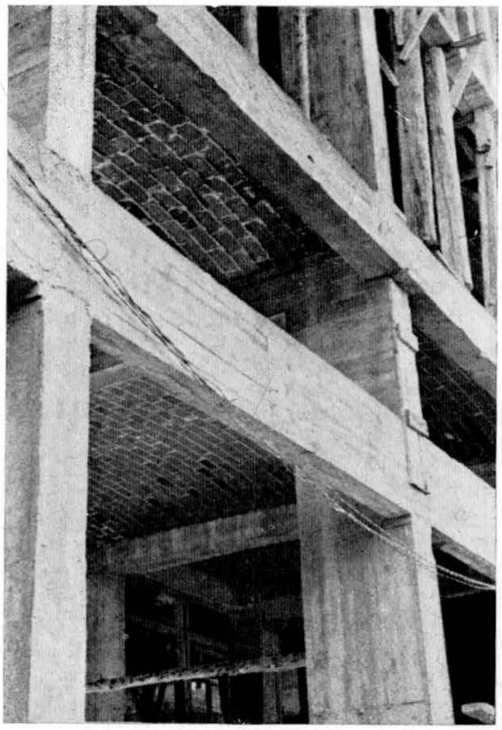
$$F'_1 = \frac{215}{0{,}14} \times 0{,}70 = 1.074 \text{ Kgs.}$$

$$F'_2 = \frac{200}{0{,}43} \times 2{,}10 = 976 \text{ Kgs.}$$

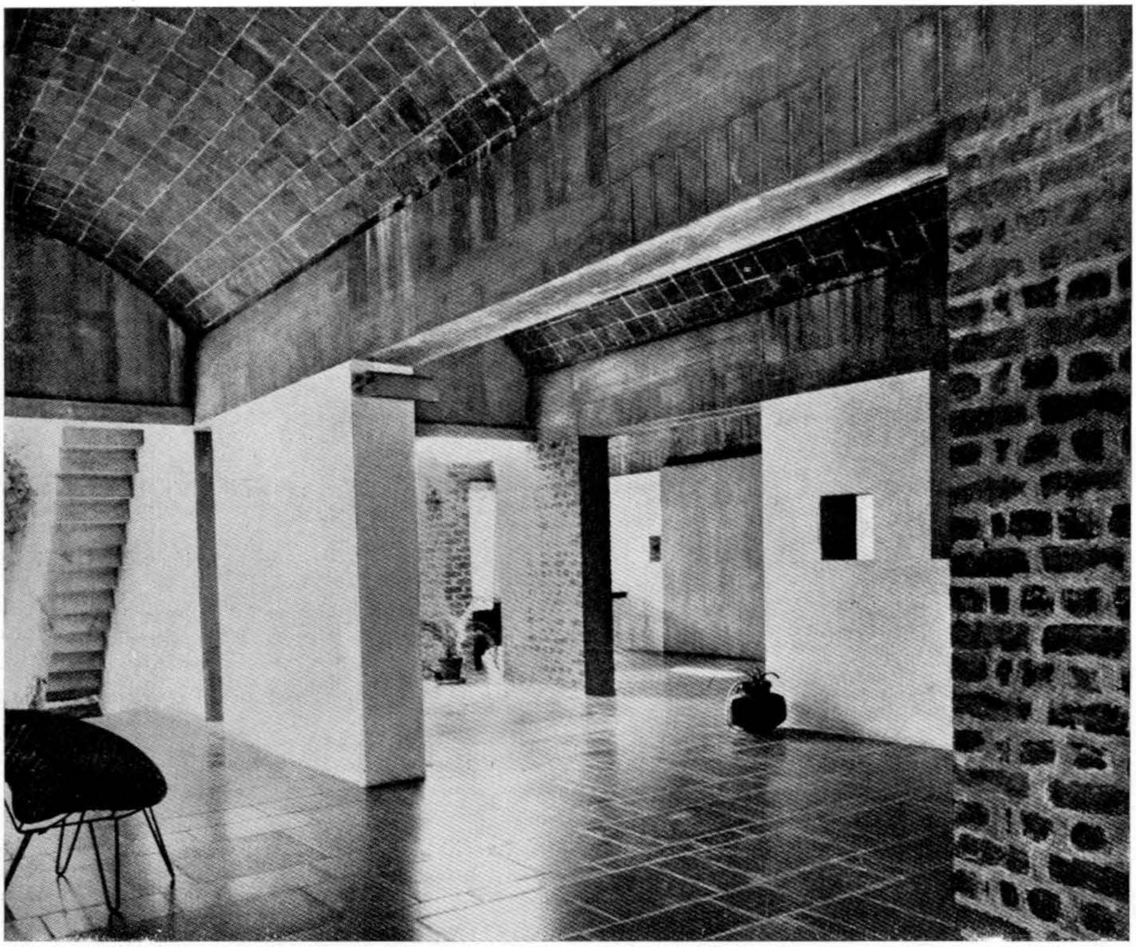
$$F'_3 = \frac{80}{0{,}69} \times 3{,}30 = 383 \text{ Kgs.}$$

$$F'_4 = \frac{60}{0{,}90} \times 4{,}27 = -283 \text{ Kgs.}$$

$$F'_5 = \frac{248}{1{,}03} \times 4{,}93 = -1.183 \text{ Kgs.}$$



Vigas de arriostramiento en fachada en un edificio con forjado de bóvedas tabicadas



Villa Sarabhai, en la India, reciente construcción de Le Corbusier, utilizando las tradicionales bóvedas a la «catalana», sin contrarresto manifiesto

que se traduce en una carga lateral que ha de soportar el terreno. Por ello, si bien no es necesario darle en la base mayor anchura que la mínima compatible con la herramienta de ejecución, sí es preciso que la parte inferior del asiento quede hundida en el firme lo necesario para que el esfuerzo horizontal sea sufrido por este estrato.

En el caso que tratamos, el esfuerzo horizontal vale:

$$F = \frac{507}{1,07} \times 5,14 = 2385 \text{ Kgs.}$$

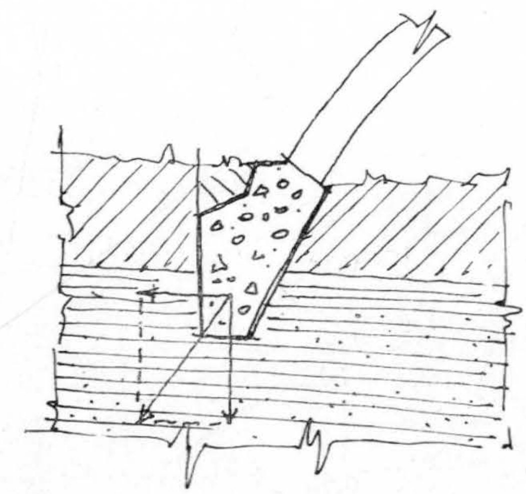
donde:

500 = Q (ver figura).

1.07 = dimensión del arco admitido de bóveda.

5.14 = radio externo de la bóveda.

Como podemos observar, aun en los terrenos en que no se cuente con más de una resistencia de un Kg. por cm^2, bastaría que se hundieran 22 cms., ahora que la zanja debe ser ataluzada en uno de los bordes siguiendo la dirección de la cúpula.



El material de relleno para el cimiento es el hormigón o fábrica de mampostería que rellene por completo la excavación.